Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers 27:3 (2018) 228~234

https://doi.org/10.7735/ksmte.2018.27.3.228

J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng.
ISSN 2508-5107(Online)

Special Issue : Seoul Tech Capstone Design

Control Moment Gyro 원리를 이용한 외륜 로봇의 균형제어

정지수[a], 박희재[a*]

Balancing Control of a Unicycle Robot using Control Moment Gyro

Ji-Soo Jung[a], Hee Jae Park[a*]

[a] *Department of Mechanical System Design Engineering, Seoul National University of Science and Technology, 232, Gongneung-ro, Nowon-gu, Seoul 01811, Korea*

ARTICLE INFO

Article history:

Received	3	April	2018
Revised	21	May	2018
Accepted	31	May	2018

Keywords:
Single wheel robot
Balancing robot
LQR controller
Control Moment Gyro

ABSTRACT

This paper describes the design and realization methods of a unicycle robot using the CMG (Control Moment Gyro) method that is commonly used in altitude controls of satellites. To cause this robot to keep balancing upright, it is essential to control the roll and pitch angle of the robot simultaneously. Unlike the reaction wheel-based roll control of a unicycle robot, CMG method controls gimbals which constantly support a rotating rotor to produce the torque necessary to nullify the roll angle error of the robot. The dynamic model of the robot is derived using the Euler-Lagrange equation. By separating the equation into roll and pitch dynamics, LQR (Linear Quadratic Regulator) controllers and a state observer are designed. A series of simulations and experiments are conducted to validate the performance of the proposed control method. The results demonstrate the effectiveness of the proposed balancing control algorithm for the CMG-based unicycle robot.

1. 서 론

최근 Segway, Micro Mobility 사 등의 개인용 탑승 장치들을 필두로 협로 주행성과 안정성을 갖는 운송 기구에 대한 관심이 커지고 있다. 특히 인간과 같은 환경에서 협업을 하며 운반, 서비스를 담당하는 로봇의 경우는 안정성은 물론이고 협로 주행성이 매우 중요해진다. 그 중에서도, 외륜 로봇 같은 경우는 바퀴가 하나이기 때문에, 더욱 협소한 공간을 주행할 수 있으며, 전·후뿐만 아니라 좌우로 기울어진 경사면에 대해서도 항상 능동적 균형을 유지할 수 있는 장점이 있다. 이런 장점을 이용하면 선박, 항공기의 서비스, 복잡한 작업장의 운반 등에도 적용할 수 있는 서비스 로봇의 개발이 가능하여 프랑스 Altrant사는 기내에서 음료나 과자를 주문받아 고객의 자리로 배달해주는 운반 로봇을 개발하고 있다.

외륜 로봇에 관한 연구는 이미 국내외적으로 많이 이루어져왔다[1-5]. Nakajima 등[2]의 연구는 인간이 외발자전거를 타고 양팔을 이용하여 중심을 잡는 것을 로봇 이 대신하는 개념으로 양팔 대신에 reaction wheel을 활용한 형식을 이용하고 있으나 전진과 측면 방향의 제어를 위한 동작이 영향을 받기 때문에 제어가 매우 복잡한 단점이 있다. 또한 Xu와 Au[3]는 구동바퀴형 로봇을 만들어 바퀴 내부에 센서와 자이로 를 내장시키는 형태를 제안하고 그 제어 성능을 평가하였다. Majima 등[5]의 연구는 외륜 로봇의 구동과 수평선회방향의 제어에 대한 연구를 진행하였다. Lee[6] 등은 reaction wheel을 이용한 외륜 로봇의 롤(roll)방향제어에 관한 연구를 수행하였다.

* Corresponding author. Tel.: +82-2-970-6341
Fax: +82-2-974-8270
E-mail address: looki@seoultech.ac.kr (Hee Jae Park).

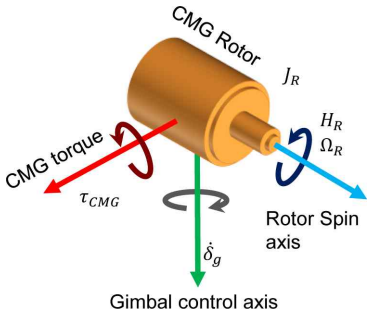

Fig. 1 Principle of Control Moment Gyro

다른 연구와 달리 본 논문에서는 CMG (Control Moment Gyro)기술을 이용한 외륜 서비스 로봇 개발을 하고자 한다. 근본적으로 외륜 로봇은 지면과 닿는 면과 점 접촉을 이루기 때문에 불안정한 시스템이다. 이러한 시스템이 스스로 균형 유지를 하며 주행을 하기 위해서 두 방향에 대한 균형제어가 요구된다. 이를 위하여 피치(pitch)방향으로는 역진자 균형제어 원리를 이용하고 롤(roll)방향에 대한 자세제어는 기존의 방법인 reaction wheel을 이용하지 않고 우주공간의 인공위성의 자세 제어 이론 중 하나인 CMG 방식을 적용하였다.

이 방법은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 CMG 로터(rotor)를 등속도로 회전시키면서 짐벌(gimbal)모터를 이용하여 짐벌 제어 방향으로 짐벌 속도를 $\dot{\delta}_g$로 회전시키면 로터의 각운동량의 방향변화로 CMG토크 τ_{cmg}가 생성된다.

$$\boldsymbol{\tau}_{cmg} = \dot{\boldsymbol{H}}_R + \dot{\boldsymbol{\delta}}_g \times \boldsymbol{H}_R \tag{1}$$

여기서, $\boldsymbol{H}_R$, $\dot{\boldsymbol{H}}_R$은 로터의 각운동량과 그 변화율이다. 그런데, 로터가 등속 회전일 경우에는 $\dot{\boldsymbol{H}}_R = 0$이므로 생성된 CMG 토크는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{cmg}} = \dot{\boldsymbol{\delta}}_g \times \boldsymbol{H}_R \tag{2}$$

여기서, J_R, $\boldsymbol{\Omega}_R$을 각각 로터의 관성 모멘트와 각속도라고 하면 로터의 각운동량 $\boldsymbol{H}_R$은 $J_R\boldsymbol{\Omega}_R$이 된다.

2. 로봇 구성과 설계

2.1 로봇의 구성

외륜 로봇의 주요 구성요소들과 좌표계를 Fig. 2에 표시하였다. 그림과 같이 로봇 바퀴의 전진 방향을 x, 로봇의 수직 방향을 z 그리고 이 두 축에 수직한 방향을 y로 정의하였다. 이때 x, y, z 방향으로의 회전이 각각 롤, 피치, 요 각도로 정의된다. 설계된 로봇의 주요 사양은 Table 1과 같다. CMG이론을 이용하여 큰 토크를 생성하기위하여 로터가 고속으로 회전해야 하기 때문에 수명과

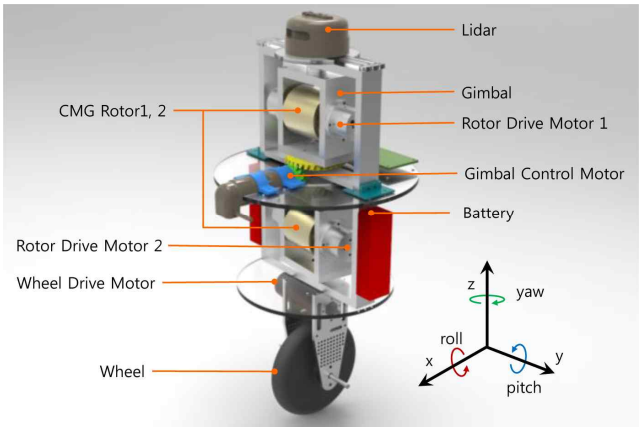

Fig. 2 The 3D design of unicycle robot

Table 1 Specifications of a unicycle

Dimensions	300 × 300 × 520 [mm]
Mass	6.91 [kg]
Controller	Atmega128
Battery	11.1v Li-po battery
Sensor	IMU 9DOF
Motors	Wheel drive motor : DC motor Rotor drive motor: BLDC motor Gimbal control motor : DC motor

효율을 고려하여 BLDC모터를 사용하여 2개의 로터를 회전시키는 방식을 이용하였다.

2.2 로터의 설계

제안된 외륜로봇은 롤방향과 피치방향으로 능동적 균형제어가 필요한데 그중 롤방향제어에 CMG를 사용하고 있다. 이경우 로터의 회전에 의하여 피치방향으로도 모멘트가 작용하게 된다. 본 연구에서는 서로 반대 방향으로 같은 속도로 회전하는 2개의 로터를 사용하여 피치방향의 모멘트가 상쇄되도록 하였다. 롤 방향의 균형제어에 필요한 토크를 발생시키기 위하여 회전하는 로터를 지지하고 있는 두개의 짐벌을 서로 다른 방향으로 같은 각속도로 회전시킨다. 따라서 CMG 로터의 관성 모멘트의 선정은 롤 방향 제어에 매우 중요하다. Fig. 3은 CMG 로터의 모멘텀 선정을 위한 개념도이고 그 기본 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$J_T\ddot{\phi}_x = \sum T = T_{con} + mg\ell\,sin(\phi_x) \tag{3}$$

여기서, ϕ_x는 롤각도이고 l은 로봇의 무게중심에서 바퀴 밑면까지의 높이이며 T_{con}은 로봇에 가해지는 CMG 토크이며 m은 로봇의 질량이다. 그림과 같이 2개의 로터를 짐벌축을 따라 서로 다른 방향으로 $\dot{\delta}_g$ 만큼 회전시키는 경우에 식 (2)를 적용하여 T_{con}을 구할 수 있다.

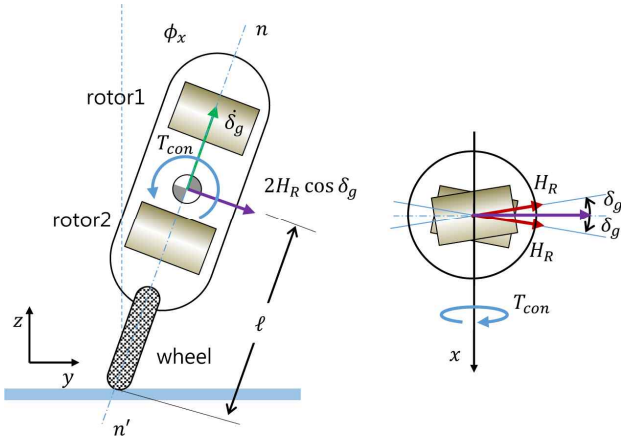

Fig. 3 Drawings for designing rotor inertia: (a) front view, (b) top view through tilted axis n-n'

Table 2 Parameters to determine the moment of inertia

m [kg]	l [m]	g [m/s^2]	Ω [rpm]	$\dot{\theta}$ [rpm]
6.98	0.261	9.81	10,250	120

$$T_{con} = 2H_R\dot{\delta}_g \cos(\delta_g) \tag{4}$$

식 (3)과 (4)를 이용하여 중력에 의한 전도를 회복할 수 있는 최소의 T_{con}을 구할 수 있다.

$$T_{con} = 2J_R\Omega_R\dot{\delta}_g \cos(\delta_g) > mg\ell \sin(\phi_x) \tag{5}$$

롤각도 ϕ_x가 10도 정도 기울어졌다고 가정하고 Table 2에 주어진 로봇의 매개변수 값들을 식 (5)에 대입하여 J_R을 선정하였다.

식 (5)를 만족하는 최소의 관성모멘트 J_R은 2.30076×10^{-4}으로 계산된다. 여기에 안전률을 1.34로 가정하여 로터의 관성모멘트 J_R을 3.092×10^{-4}로 선정하였다.

전술한 바와 같이 두개의 짐벌을 서로 반대방향으로 동일한 각속도로 회전시켜 주어야 하기 때문에 하나의 감속기 모터로 베벨 기어를 통하여 구동하는 방식을 채택하였다.

3. 동역학적 모델링

제어기 설계를 위하여 동역학 모델이 필요한데 제안된 외륜로봇은 매우 비선형적이다. 본 연구에서는 우선 비선형 시스템 모델을 구하고 마찰, 바퀴의 슬립, 기어 및 벨트의 백래쉬 등의 비선형 요소를 그 양이 상대적으로 작다는 가정하에 무시하였다.

또한, 본 연구에서는 요방향의 제어를 하지 않기 때문에 그 방향의 동역학은 고려하지 않았다.

모델링에 앞서 8개의 상태량을 갖는 상태벡터 $\boldsymbol{\xi}$를 다음과 같이 정의하였다.

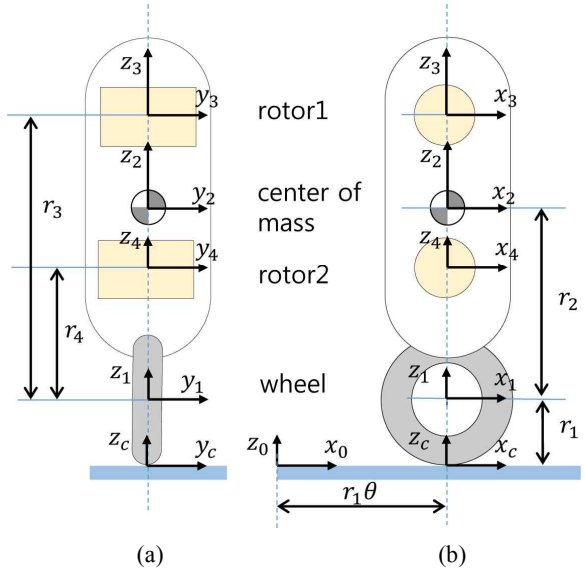

Fig. 4 Coordinate systems for axis: (a) front view, (b) side view

$$\boldsymbol{\xi} = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \delta \quad \dot{\delta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T = [\boldsymbol{x}_r^T \quad \boldsymbol{x}_p^T]^T$$

여기서, ϕ, ψ, δ, θ는 각각 롤, 피치, 짐벌 그리고 바퀴의 각도로 정의 되었다. 그리고 상태벡터 $\boldsymbol{\xi}$를 롤과 피치 부시스템으로 분해한 경우 각각 $\boldsymbol{x}_r$, $\boldsymbol{x}_p$로 상태벡터가 정의된다.

동역학 방정식유도에는 앞서 정의한 상태벡터에 대하여 Euler-Lagrange 방정식을 적용하여 비선형 8차 미분방정식을 유도하였다. 다음에는 이 방정식의 적용하기 위하여 좌표계를 정의하고 위치와 각속도를 유도한다.

3.1 기구학적 고찰

동역학 모델을 구하기 이전에 Fig. 4와 같이 로봇의 주요축에 대한 좌표계를 정의한다. 좌표계 {0}은 기준 좌표계이고 {c}는 바퀴의 접촉점의 좌표이다. 그리고 {1}, {2}, {3}, {4}는 각각 로봇의 주행 바퀴축, 로봇 몸체의 무게 중심축, 로터1과 로터2의 중심에 위치한 좌표계이며 적절한 회전변환을 통하여 다음과 같은 위치벡터들을 구할 수 있다[2].

$$\boldsymbol{x_c} = [r_1\theta \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\boldsymbol{x_1} = \boldsymbol{x_c} + Rot(x,\phi)[0 \quad 0 \quad r_1]^T$$

$$\boldsymbol{x_2} = \boldsymbol{x_1} + Rot(x,\phi)Rot(y,\psi)[0 \quad 0 \quad r_2]^T$$

$$\boldsymbol{x_3} = \boldsymbol{x_1} + Rot(z,\delta)Rot(x,\phi)Rot(y,\psi)[0 \quad 0 \quad r_3]^T$$

$$\boldsymbol{x_4} = \boldsymbol{x_1} + Rot(z,-\delta)Rot(x,\phi)Rot(y,\psi)[0 \quad 0 \quad r_4]^T$$

3.2 각속도 벡터의 정의

각 좌표계로 정의된 회전축의 각속도 벡터를 각각 $\boldsymbol{\omega}_1$, $\boldsymbol{\omega}_2$, $\boldsymbol{\omega}_3$, $\boldsymbol{\omega}_4$로 정의하고 기구학적 관계식을 이용하면 각속도 벡터는 다음과

같이 구하였다.

$$\boldsymbol{\omega_1} = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad 0]^T$$

$$\boldsymbol{\omega_2} = [\dot{\phi}\cos\psi \quad \dot{\psi} \quad -\dot{\phi}\sin\delta]^T$$

$$\boldsymbol{\omega_3} = [\dot{\phi}\cos\psi + \Omega\sin\delta \quad \dot{\psi} - \Omega\cos\delta \quad -\dot{\phi}\sin\psi + \dot{\delta}]^T$$

$$\boldsymbol{\omega_4} = [\dot{\phi}\cos\psi - \Omega\sin\delta \quad \dot{\psi} + \Omega\cos\delta \quad -\dot{\phi}\sin\psi - \dot{\delta}]^T$$

3.3 동역학 방정식 유도

로봇 시스템에 Euler-Lagrange 방정식을 적용하기위하여 운동 에너지, 위치 에너지를 각각 T, V로 정의하면 Lagrangian L은 T - V가 되며 다음 등식을 만족한다.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{p}}} - \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{p}} = \boldsymbol{\tau_{ext}} \tag{6}$$

여기서 변위 벡터는 $\boldsymbol{p}$는 $[\phi\ \psi\ \delta\ \theta]^T$ 이고 계의 외부 토크벡터 $\boldsymbol{\tau_{ext}}$는 $[\tau_{cmg}\ -\tau_\delta\ \tau_\theta]^T$이며 CMG 토크 τ_{cmg}는 식 (4)의 $2\dot{\delta}H\cos\delta$ 이다. 또한, τ_θ, τ_δ는 각각 바퀴 회전에 따른 토크와 짐벌 모터 회전 토크를 의미한다.

운동에너지를 병진 T_{trans}와 회전 T_{rot}로 나누어서 L을 구하면

$$L = T_{trans} + T_{rot} - V$$

이때 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_{trans} = \sum_{i=1}^{4}\frac{m_i}{2}\left(\dot{x_i}^2 + \dot{y_i}^2 + \dot{z_i}^2\right)$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2}\left(J_{wy}\omega_{1y}^2 + J_{ry}\omega_{2y}^2 + J_{sy}n^2\left(\dot{\theta} - \dot{\psi}\right)^2 + J_{3z}\dot{\delta}^2\right) + \frac{1}{2}\left(J_{4z}\dot{\delta}^2 + J_{rx}\left(\dot{\phi} - \dot{\delta}\right)^2\right)$$

그리고 위치에너지는 다음과 같이 구해진다.

$$V = m_1 g r_1\cos\phi + m_2 g(r_1 + r_2\cos\psi)\cos\phi + m_3 g(r_1 + \cos\psi)\cos\phi + m_4 g(r_1 + r_4\cos\psi)\cos\phi$$

L을 식 (6)에 대입하고 $\phi \ll 1$, $\psi \ll 1$, $\psi \ll 1$라는 즉 미소 각도로 가정하여 $\cos\phi = \cos\psi = \cos\delta = 1$, $\cos\phi = \cos\psi = \cos\delta = 0$를 적용하면 외륜 로봇의 전체 기계적 동역학 방정식이 구해진다. 여기에 바퀴와 짐벌 구동 모터의 동역학 방정식을 추가하여 전체 동역학 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\ddot{\phi} = [\{m_1 r_1 + m_2(r_1 + r_2) + m_4(2r_1 + r_3 + r_4)\}g\phi + 2J_{4y}\Omega\dot{\delta} + J_{rx}\ddot{\delta}]/(J_{rx} + m_1 r_1^2 + m_2 r_1^2 + 2m_4 r_1^2 + 2m_2 r_1 r_2 + m_2 r_2^2 + 2m_4 r_1 r_3 + m_4 r_3^2 + 2m_4 r_1 r_4 + m_4 r_4^2) \tag{7}$$

Table 3 Definitions of parameters

Symbol	Descriptions
n	Gear ratio of wheel drive
m_b	Mass of body b *
r_b	Distance between the wheel center and body b *
J_{bq}	Moment of inertia for body b with respect to q axis **
v_w, v_g	Input voltage of wheel and gimbal drive motor
α_w, β_w	Motor constants of wheel drive motor
α_g, β_g	Motor constants of gimbal drive motor

* b denotes a body from
1: wheel, 2: robot body excluding rotor1/2, 3: rotor1, 4: rotor2, r: robot body excluding wheel, s: wheel drive shaft, w: wheel
** q denotes an axis from (x, y, z)

$$\ddot{\delta} = (2\alpha_g v_2 + 2\beta_g\phi - 2\beta_g\dot{\delta} + J_{rx}\ddot{\phi})/(2J_{4z} + J_{rx}) \tag{8}$$

$$\ddot{\psi} = \{-\alpha v_w + (g m_4 r_3 + g m_2 r_2 + g m_4 r_4)\psi - \beta_w\dot{\psi} + \beta_w\dot{\theta} + \left(-m_2 r_1 r_2 - m_4 r_1 r_3 - m_4 r_1 r_4 + n^2 J_{sy}\right)\ddot{\theta}\}/(J_{Ly} + m_2 r_2^2 + m_4 r_3^2 + m_4 r_4^2 + n^2 J_{sy}) \tag{9}$$

$$\ddot{\theta} = \{\alpha_w v_1 + \beta_w\dot{\psi} - \beta_w\dot{\theta} - (m_2 r_1 r_2 + m_4 r_1 r_3 + m_4 r_1 r_4 + n^2 J_{sy})\ddot{\psi}\}/(J_{wy} + m_1 r_1^2 + m_2 r_1^2 + 2m_4 r_1^2 + n^2 J_{sy}) \tag{10}$$

식 (7)~(10)에 사용된 각 매개변수들의 정의는 Table 3과 같다. 위의 4개의 식들을 살펴보면 선형화과정에서 식 (7)과 (8)은 ϕ, δ만으로 구성되어있고 식 (9)와 (10)은 ψ, θ만으로 구성되어 있다. 따라서 8차의 전체 시스템이 4차의 롤제어시스템과 4차의 피치제어시스템으로 따로 분리하여 고려할 수 있다.

4. 제어기 설계

4.1 롤제어시스템의 설계

롤제어시스템은 기본적으로 로터의 짐벌각 δ를 조절하여 로봇의 롤각 ϕ를 제어하는 것이므로 우선 식 (7)과 (8)식을 연립하여 $\ddot{\phi}$과 $\ddot{\delta}$을 구한다. 상태량 $\boldsymbol{x_r}$을 $[\phi\ \dot{\phi}\ \delta\ \dot{\delta}]^T$로, 입력 u를 짐벌모터에 인가되는 전압 v_g로 정의하고 Table 4의 매개변수 값을 대입하면 다음과 같은 상태방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{x_r}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 28.7479 & 0.0016 & 0 & 1.1802 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 28.4576 & 0.0226 & 0 & 1.1473 \end{bmatrix}\boldsymbol{x_r} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.1420 \\ 0 \\ 15.8710 \end{bmatrix} v_g \tag{11}$$

식 (11)로부터 짐벌모터 입력전압 v_g에 대한 롤각 ϕ의 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{\phi(s)}{V_g(s)} = \frac{1.142s^2 + 12.4432s + 3.5832 \times 10^{-15}}{s^4 - 0.81468s^3 - 28.7656s^2 - 0.60265s}$$

롤제어시스템의 전달함수는 극점이 [0 6.1749 -6.1911 -0.02]에 위치하는데 극점 6.1749로 인하여 시스템이 불안정하다는 것을 알 수 있다.

본 연구에서 유도한 외륜로봇의 동역학식 (11)이 선형시불변시스템이기 때문에 LQR(linear quadratic regulator) 제어기를 적용할 수 있다. 이 문제는 연속시간시스템인 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{Bu}$에 대하여 비용함수인 $J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Qx} + \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{Ru})dt$를 최소화하는 $\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{Kx}$의 최적 게인벡터 $\boldsymbol{K}$를 구하는 작업이다[5].

이를 위해선 가중치 $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{R}$ 설정의 직관적 설정이 필요한데 본연구에서는 기본적으로 다음과 같은 설정을 하였다.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{R} = 1$$

이 가중치에 대하여 최적의 롤제어의 이득벡터 $\boldsymbol{K}$를 구할 수 있다.

4.2 피치제어시스템 설계

피치제어시스템의 기본은 바퀴의 회전각 θ를 조절하여 로봇의 피치각 ψ를 제어하는 것이므로 우선 식 (9)와 (10)을 연립하여 $\ddot{\psi}$과 $\ddot{\theta}$을 구한다. 상태량 $\boldsymbol{x_p}$를 $[\psi\ \dot{\psi}\ \theta\ \dot{\theta}]^T$로, u를 바퀴모터에 인가되는 전압 v_w로 정의하고 Table 4의 매개변수 값을 대입하면 다음과 같은 상태방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 38.2289 & -0.0076 & 0 & 0.0076 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -43.4648 & 0.0286 & 0 & -0.0286 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{p}} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5.4194 \\ 0 \\ 20.4125 \end{bmatrix} v_w \tag{12}$$

바퀴모터의 입력 전압 v_w에 대한 피치 각도 ψ의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\Psi(s)}{V_w(s)} = \frac{-5.4194s^2 - 5.6178 \times 10^{-17}s + 2.2384 \times 10^{-34}}{s^4 + 0.036165s^3 - 38.2289s^2 - 0.76271s}$$

극점은 [0 5.7957 -4.9601 -0.0210]에 위치하며 불안정한 극점 5.7957이 존재한다.

Table 4 Values of parameters

Symbol	Values	Symbol	Values
m_1	6.913 [kg]	J_{3x}	3.092×10^{-4} [kg·m^2]
m_2	5.596 [kg]	J_{3y}	3.154×10^{-4} [kg·m^2]
m_3	0.552 [kg]	J_{3z}	3.092×10^{-4} [kg·m^2]
m_4	0.552 [kg]	J_{rx}	0.0606 [kg·m^2]
r_1	0.075 [m]	J_{ry}	0.0424 [kg·m^2]
r_2	0.261 [m]	J_{wx}	6.0616×10^{-4} [kg·m^2]
r_3	0.2596 [m]	J_{wy}	0.0012 [kg·m^2]
r_4	0.2094 [m]	Ω	10,000 [RPM]

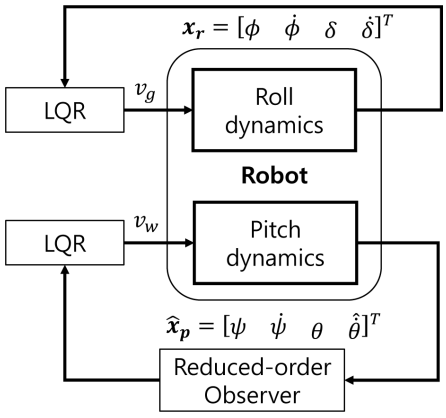

Fig. 5 Block Diagram of roll and pitch control

롤제어시스템과 같이 직관적으로 가중치 $\boldsymbol{Q}$와 $\boldsymbol{R}$을 설정하였다.

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{R} = 1.35$$

이 가중치에 대하여 최적의 피치 제어 이득벡터 $\boldsymbol{K}$를 구할 수 있다. Fig.5는 설계된 전체 제어 시스템의 블록도이다.

4.3 상태 관측기 설계

제안된 제어기는 상태변수 피이드백 구조이기 때문에 모든 상태량을 측정하거나 추정해야 제어기를 구성할 수 있다. 로봇의 자세측정에는 IMU센서를 사용하고 엔코더센서를 사용하여 모터의 회전각도를 측정할 수 있다. 엔코더의 각도는 바로 알 수 있지만 속도값은 대개 미분을 통하여 계산을 하게 되는데 작은 잡음에도 큰 차분 오차가 발생하여 적절한 추정방법이 필요하다. 따라서 피치제어에서 바퀴 속도 $\dot{\theta}$에 대한 정보를 추정하기 위하여 루엔버거 상태관측기(Luenbuger state observer)를 사용하였다. 다만, 피치제어가 4차 시스템이기 때문에 계산 부담을 줄이기 위하여 측정가능한 상태량에 대한 차수를 줄이는 축소차수(reduced order) 상태관측기를 적용하였다. 2차 차분방정식의 형태로 관측

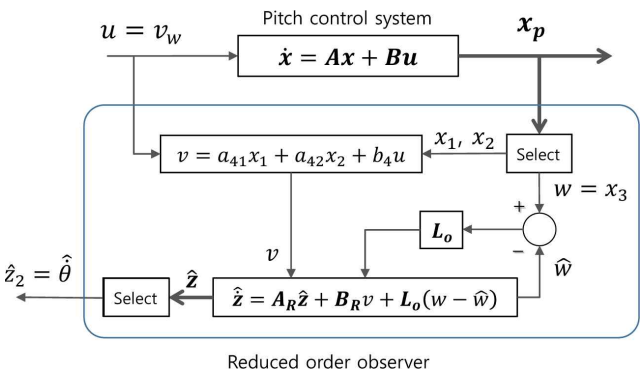

Fig. 6 Block diagram of reduced order observer

기를 단순화하였다.

피치제어의 상태벡터 $\boldsymbol{x_p}$에서 축소차수의 상태벡터를 $\boldsymbol{z} \triangleq [x_3\ x_4]^T$ $=[\theta\ \dot{\theta}]^T$로 정의하고 가관측한 상태량을 정리하면

$$\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{A_R z} + \boldsymbol{B_R} v \tag{13}$$

여기서 $\boldsymbol{A_R}$, $\boldsymbol{B_R}$은 각각 축소차수 시스템의 행렬이고 v는 $a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + b_4v_w$로 정의되며 a_{ij}, b_i는 식 (12)의 계수들이다.

이를 이용하여 관측기를 구성하면 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\boldsymbol{z}}} = \begin{bmatrix} 0 & a_{34} \\ 0 & a_{44} \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{z}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v + \boldsymbol{L_o}(w - \hat{w})$$

$$\hat{w} = [1 \quad 0]\hat{\boldsymbol{z}}$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{z}}$는 $\boldsymbol{z}$의 추정값이고 w는 바퀴의 각도 θ이며 $\hat{w}$는 그 추정값을 의미한다.

상태관측기가 포함된 전체 블록도는 Fig. 6과 같다.

제어기의 극점에 비하여 충분하게 빠른 추정성을보장하기 위하여 관측기의 두 극점이 -190, -210에 위치하도록 관측기 이득벡터 $\boldsymbol{L_o}$를 구하였다.

5. 시뮬레이션과 실험 결과

앞서 설계된 LQR제어기는 시뮬레이션을 통해 그 안정성과 제어성능을 확인하고 실제 외륜 로봇에 적용하여도 그 성능이 유효한지를 고찰하고자 한다. 외륜 로봇에 사용된 MCU에서는 디지털 연산으로 제어알고리즘을 처리해야하기 때문에 제안된 LQR과 관측기를 모두 이산화하여 적용하였다. 이 제어기의 처리속도와 센서들의 최대 측정주기를 고려하여 제어주기를 10 ms로 설정하였다. 이 제어주기로 Matlab을 사용하여 로봇과 제어기의 시뮬레이션을 진행하였다.

5.1 롤제어 시뮬레이션과 실험

Fig. 7은 설계된 LQR 제어기를 모델에 적용하여 시뮬레이션한

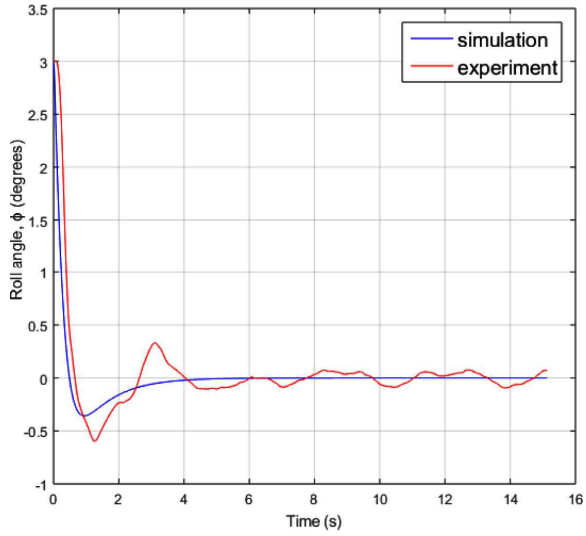

Fig. 7 Comparisons of simulation and experimental response of roll control system

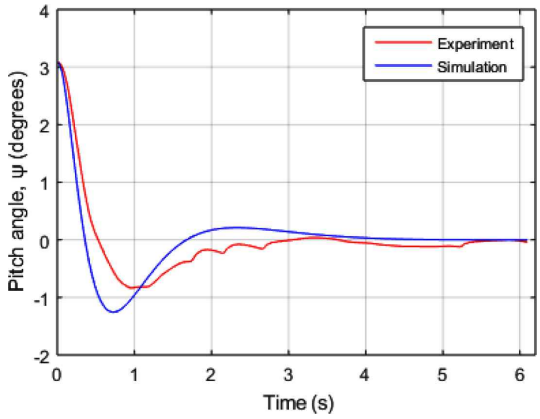

Fig. 8 Comparison of simulation and experimental response of pitch control system

결과와 실제 로봇에 적용한 결과를 비교한 그래프이다. 시뮬레이션에서는 롤각 ϕ의 초기값은 실험과 같은 2.98도로 가정하였다.

그 결과를 보면 피치 축에 비해 작은 0.3도 정도의 언더슈트가 발생하고 대략 4초정도로 완만하게 0에 수렴하는 것을 확인할 수 있었다. 실험의 경우 전반적으로는 비슷한 속도로 수렴을 하지만 작은 진동들이 중첩되어 나타나고 있다. IMU 센서로 측정되는 롤각은 로봇의 가속도 신호 성분을 포함하고 있기 때문에 로터, 짐벌, 휠 등의 운동에 따른 진동이 반영되고 있다고 판단된다.

5.2 피치제어 시뮬레이션과 실험

롤제어와 마찬가지로 제안된 LQR제어기를 수학적 모델의 시뮬레이션과 실제 로봇에 대한 적용 실험 결과를 Fig. 8과 같이 구하였고 두 성능을 비교 분석하였다. 시뮬레이션에서의 피치각 ψ의 초기값은 실험과 같은 3.08도로 가정하였다. 시뮬레이션과 실험 모두 3초정도의 과도기와 1.2도 정도의 언더슈트 이후 0도에 수렴하는

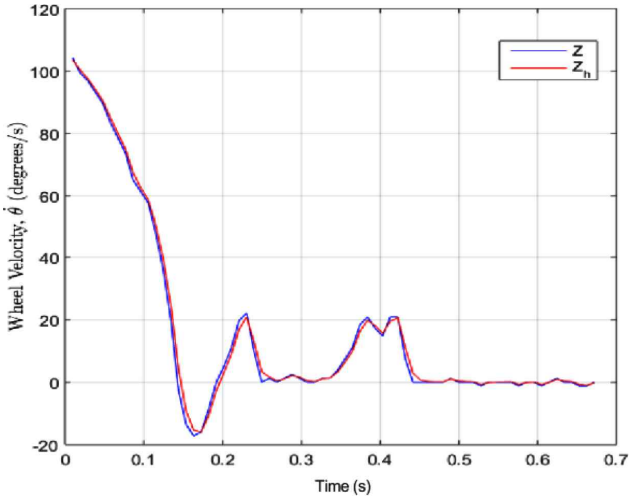

Fig. 9 Comparison of wheel velocity obtained by numerical method and that by Observer

것을 확인할 수 있다. 실험결과는 모델링 오차는 물론 마찰, 벨트의 신축, 바퀴의 요철 등에 의하여 요동이 복합되어 나타나고 있다. 그래프에서 보는 바와 같이 대체로 과도기응답을 모델이 잘 반영하고 있다고 볼 수 있다.

5.3 상태관측기 성능분석

본 연구에서 설계한 바퀴 회전속도의 축소차수 관측기의 유효성을 검증하였다. Fig.9는 바퀴 회전속도를 수치 미분으로 구한 값 Z와 관측기를 통한 추정값 Z_h값을 비교한 결과이다. 전반적으로 추정값이 미분한 값과 무시할 수 있을 만큼의 위상지연을 빼고는 잘 일치한다고 볼 수 있다. 그리고 관측기를 이용한 Z_h값은 동역학을 반영하고 있기 때문에 좀 더 자연스럽다는 것도 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문은 새로운 CMG 방식의 외륜 로봇의 롤과 피치 자세 제어에 관한 연구이다. 이를 위하여 로봇의 3차원 모델로부터 동역학 방정식을 구하였고 적절한 가정과 선형화를 통하여 선형시불변 상태방정식을 유도하였다. 이를 토대로 롤과 피치제어에 LQR 제어기를 설계하고 최적의 이득 K를 구하였다. 또한 측정이 불가능한 상태량 즉 바퀴의 속도를 추정하기 위하여 축소차수 관측기를 설계하여 LQR의 상태 피드백이 가능하도록 하였다.

설계된 외륜 로봇의 제어시스템의 성능을 확인하고 모델링의 적합성을 검증하기 위하여 Matlab을 사용한 시뮬레이션과 실제 로봇에 대한 실험을 진행하였다. 롤과 피치 제어시스템 모두 시뮬레이션과 실험 성능이 대체로 일치하였다. 설계한 성능을 만족하였다. 또한 축소차수 관측기의 추정 능력도 실험을 통하여 검증하였다.

본 연구를 통하여 밝혀진 사실은 다음과 같다. 첫째 CMG 방법을 적용한 외륜 로봇의 안정화성능은 만족할 만하며 이 방법이 이전의 reaction wheel을 이용한 경우보다 큰 토크를 발생할 수 있기 때문에 외란에 대한 극복 능력이 매우 우수하다는 것을 알 수 있었다. 둘째, 모델링 과정의 선형화과정에서 롤과 피치의 커플링 항이 모두 소거되어 롤과 피치 제어기의 설계를 독립적으로 할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 셋째, 제안된 외륜 로봇의 제어기는 선형화 모델을 근거로 설계되었지만 마찰, 슬립, 기타 비선형항 등에도 불구하고 매우 강건하다는 것을 알 수 있었다.

향후에는 이번 연구에는 요방향제어를 구현하지 못했는데 이를 추가하여 자세제어를 완성하고 라이다(Lidar)등을 이용하여 주변 환경을 인식하고 원하는 궤적을 따라 이동할 수 있는 로봇을 구현할 것이다.

후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다.

References

[1] Lauwers, T. B., Kantor, G. A., Hollis, R. L., 2006, A Dynamically Stable Single-Wheeled Mobile Robot with Inverse Mouse-Ball Drive, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, 2884-2889.

[2] Nakajima, R., Tsubouchi, T., Yuta, S., Koyanagi, E., 1997, Postural Stability of a Human Riding a Unicycle and Its Emulation by a Robot, IEEE Transactions on Robotics and Automations 13:5 709-720.

[3] Xu, Y. S., Au, S. K., 2004, Stabilization and Path Following of a Single Wheel Robot, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 9:2 407-419.

[4] Majima, S., Kasai, T., 2005, A Controller for Changing the Yaw Direction of an Underactuated Unicycle Robot, International Conference on Technology and Automation, 5:1 73-88.

[5] Lee, H. T., Park, H. J., 2017, Balancing Control Algorithm for a Single-Wheeled Mobile Robot, J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng. 26:1 144-149.

[6] Anderson, B. D. O., Moore, J. B., 2007, Optimal Control: Linear Quadratic Methods, Dover Publications 91.12edition.