Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers 27:3 (2018) 244~251

https://doi.org/10.7735/ksmte.2018.27.3.244

J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng.
ISSN 2508-5107(Online)

Special Issue : Seoul Tech Capstone Design

볼봇 로봇시스템의 균형제어에 관한 연구

이지헌[a], 박희재[a*]

A Study on Balancing Control of Ballbot Robot Systems

Ji Heon Lee[a], Hee Jae Park[a*]

[a] *Department of Mechanical System Design Engineering, Seoul National University of Science and Technology, 232, Gongneung-ro, Nowon-gu, Seoul 01811, Korea*

ARTICLE INFO

Article history:

Received	3	April	2018
Revised	27	May	2018
Accepted	31	May	2018

Keywords:
Ballbot
Balancing control
State feedback control
Euler-Lagrange equation

ABSTRACT

This paper presents the balancing control design of the ballbot robot system. Unlike statically stable robots, the ballbot is dynamically stable and more agile and has smaller footprint. These features make it better suited to navigate and cooperate with humans in unorganized environments. In this study, a ballbot-style robot is designed to realize the autonomous mobile robot. To design the balancing control of the robot, a dynamic model of the robot is derived using Euler-Lagrange equations. The robot model obtained is linearized to apply the LQR (Linear Quadratic Regulator) control method, and a series of simulations and experiments is conducted to investigate the proposed control design. The experimental results show that proposed controller is suitable for the ballbot control system regardless of unknown modeling errors and disturbances.

1. 서 론

인공지능을 포함한 4차 산업혁명 시대가 본격적으로 시작되면서 광범위한 분야에서 인간과 로봇의 협업의 중요성이 크게 대두되고 있다. 따라서 로봇이 인간과 같은 공간에서 활동해야하기 때문에 로봇의 기능뿐만 아니라 그 주행의 유연성과 공간 점유율에 대한 고려가 필요하다. 지금까지 상용화된 일반적 이동로봇은 4륜식이 주류였지만 최근에는 2륜식에 대한 관심이 커지는 것도 같은 맥락이다. 최근에는 공간 점유율과 방향전환의 유연성 등의 장점으로 1륜식 즉 외륜 로봇에 대한 연구도 진행되고 있다[1].

이러한 관점에서 볼 때 구형 바퀴를 갖는 볼봇(Ballbot)은 유연한 방향전환과 민첩성뿐만 아니라 점유면적이 작아 많은 관심을 받고 있다. 이 형태의 로봇은 구형바퀴를 굴려 이동함으로써 어떤 방향으로도 진행이 가능하며 제자리회전이 가능하다. 또한, 기본적으로 능동적 균형제어를 사용하기 때문에 평면이 아닌 곡면 위에서도 로봇이 항상 수평 자세를 유지함으로써 탑재물의 안전성이 보장된다. 이러한 장점으로 볼봇에 자율주행기능을 융합하여 다양한 서비스 로봇, 창고용 운반 로봇은 물론 새로운 탑승 장치로 발전시킬 수도 있으리라 판단된다.

Endo 등의 연구를 시작으로 볼봇과 관련하여 많은 연구들이 진행되어 왔다[2-4].

본 논문에서는 볼봇의 장점을 갖는 자율주행 이동로봇을 개발하기 위하여 모델기반의 볼봇 로봇제어기를 설계하고자한다. 이를 위하여 동역학적 커플링 효과를 고려한 3차원 공간의 비선형 동역학 모델을 Euler-Lagrange 방정식을 이용하여 유도한다. 이를 제어기 설계에 적용하기 위하여 선형화를 진행하고 이 선형모델에 대하여

* Corresponding author. Tel.: +82-2-970-6341
Fax: +82-2-974-8270
E-mail address: looki@seoultech.ac.kr (Hee Jae Park).

LQR제어기를 설계한다. 그리고 설계한 제어기를 시뮬레이션을 통하여 제어기 성능을 확인하고자한다.

성능이 확인된 제어기를 제작된 볼봇 로봇에 적용하여 실험을 진행하여 유도된 수학적 모델과 제어기 설계의 유효성을 확인할 것이다.

2. 로봇의 구조

볼봇은 IMU (Inertial Measurement Unit)센서를 이용하는 균형제어 기반의 이동 로봇이며, 불안정한 곡면에서 균형을 유지할 수 있어야하기 때문에 전·후·좌·우, 360°회전이 가능하도록 3개의 옴니휠(Omni directional wheel)과 3개의 DC모터로 이루어진 시스템이다.

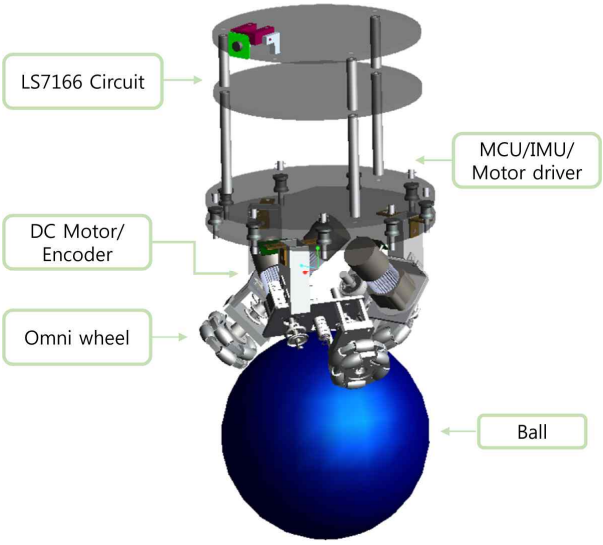

Fig. 1 System descriptions of robot

2.1 로봇의 구성

로봇의 구성은 Fig. 1과 같으며, 구체적인 구성목록은 Table 1과 같다.

볼봇의 전체 시스템 구조는 Fig. 2와 같다. 로봇의 제어기는 아두이노 mega2560을 사용하였고 9축 IMU 센서를 사용하였다. IMU 센서를 통해 로봇의 롤 방향과 피치 방향의 각도를 인지하고 기준 각도인 0°를 유지할 수 있도록 피드백 제어를 구현하였다.

2.2 하드웨어 설계

볼봇은 3개의 옴니휠로 구성된 구동부로부터 공으로의 토크전달

Table 1 Specifications

Dimensions	220 × 220 × 330 [mm]
Weight	3.54 [kg]
Battery	11.1 V Lithium-Polymer battery
Actuator	2342S012cr 1:64 gear ratio incremental encoder 768 CPR
Controller	Arduino mega2560
Sensor	EBIMU-9DOFV3
Transmission	MXL Timing belt pulley

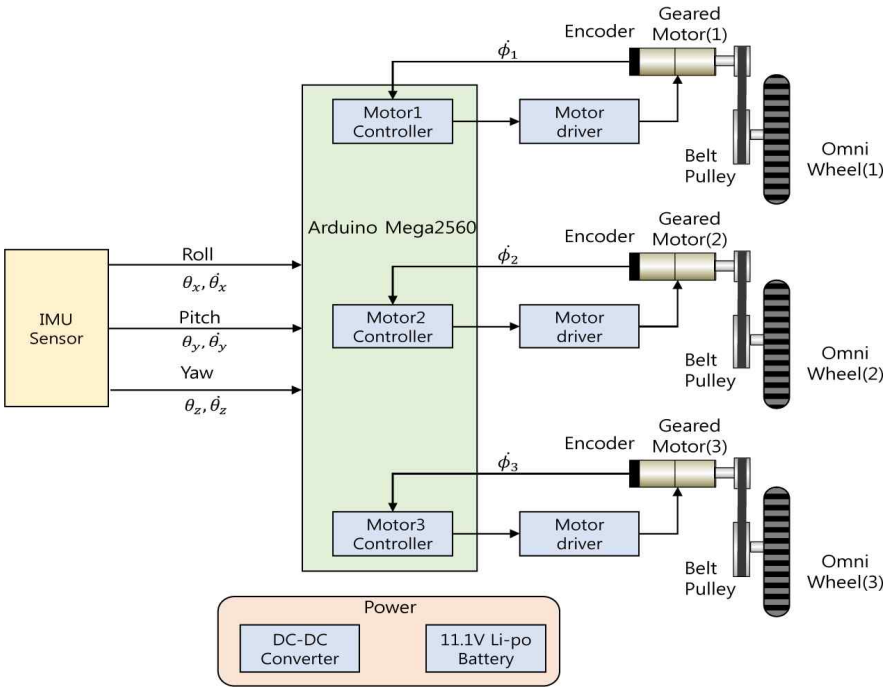

Fig. 2 Ballbot system block diagram

Fig. 3 Proposed ballbot robot

이 중요하기 때문에 제작한 로봇 구동부에 타이밍 벨트와 풀리를 사용하였다. 타이밍 벨트와 풀리는 기어에 비하여 백래쉬가 비교적 적기 때문에 정확한 동력전달이 가능하다. 또한, 이동 시 발생하는 지면으로부터의 진동의 전파를 최소화하기 위하여 방진고무를 사용하였다.

구동부는 3개의 감속기 모터로 구동되는 옴니휠을 120°의 간격으로 배치하여 수직축에 대하여 대칭이 되도록 하였고 이 3개의 휠의 구동력의 조합으로 롤, 피치, 요의 회전을 만들 수 있도록 설계하였다. 또한 공의 이탈 최소화와 구동력의 극대화를 만족시킬 수 있도록 옴니휠의 접점과 공의 중심이 이루는 각도를 45°로 설정하여 설계하였다.

가공 부품의 재료는 경량화를 위해 바퀴 축을 제외한 부품은 알루미늄과 아크릴을 사용하였으며 Fig. 3은 완성된 로봇의 사진이다.

3. 동역학적 모델링

본 연구에서 제어기 설계에 필요한 볼봇 로봇의 동역학적 모델링은 Euler-Lagrange방법을 적용하였다. 모델링에 앞서 모델의 복잡성을 최소화하기 위하여 다음과 같은 가정을 전제로 하였다.

지면과 공 그리고 공과 옴니휠 간의 정지마찰력은 충분히 크기 때문에 미끄럼은 발생하지 않는다.

로봇과 공 그리고 옴니휠을 강체로 가정하여 변형은 일어나지 않는다.

공과 지면의 접점에서 충분한 정지마찰을 가정하여 공의 수직축

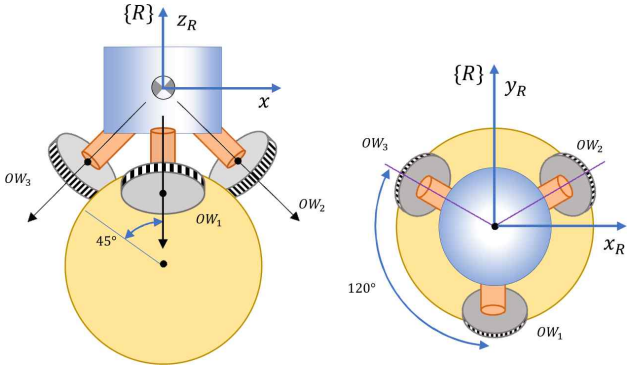

Fig. 4 Definition of robot coordinate {*R*}

에 대한 회전은 없다고 가정한다.

동역학 모델링에 앞서 수식표현들을 규정하면, 물리량 표기에서 굵은체는 벡터 또는 행렬이고 보통체는 스칼라 양을 의미하였고 벡터의 상단첨자는 기준좌표계를 의미하며 관성기준좌표계를 기준으로 할 경우에는 상단첨자를 생략한다.

로봇은 옴니휠과 모터를 포함한 몸체와 공의 두 강체로 이루어진다. 각각의 옴니휠은 로봇의 몸체에 고정되어 있는 모터를 통해 구동되기 때문에 로봇 몸체 좌표계에서 각각의 모터 회전축에 대한 운동으로 해석되어질 수 있다. 즉, 로봇은 3축의 회전에 대한 3자유도를 갖고, 공은 지면에 평행한 2축의 병진운동에 대한 2자유도를 갖는다. 전체적으로 5자유도를 갖는 로봇으로 정의할 수 있다.

제안된 로봇 시스템은 3개의 구동 모터의 토크가 입력되면 로봇 몸체의 3축 회전을 나타내는 θ_x, θ_y, θ_z와 공의 2축 회전을 나타내는 ψ_x, ψ_y이 출력되는 MIMO(Multiple Input Multiple Output) 시스템이 된다. 출력변수를 $\boldsymbol{q}$라고하면 다음과 같이 표현된다.

$$\boldsymbol{q} = [\theta_x\ \theta_y\ \theta_z\ \psi_x\ \psi_y]^T \tag{1}$$

3.1 좌표의 정의

볼봇의 균형제어는 로봇 바디의 무게중심에 붙어있는 좌표계 {***R***}이 절대좌표에 대하여 같은 방향으로 항상 정렬시키는 것이라고 규정할 수 있다. Fig. 4는 로봇의 좌표계{***R***}에 대한 정의이다.

동역학 모델유도에는 여러 개의 중간 좌표계의 정의가 필요한데 Fig. 5와 같이 정의되었다. 여기서 관성기준좌표계를 {***E***}라고 하고 이 기준 좌표계의 z축을 기준으로 회전한 좌표를 {***A***} 좌표계라고 정의 하였다. 또한 {***A***}의 y축을 기준으로 회전한 좌표를 {***B***}로 정의하였고, 최종적으로 {***B***} 좌표계에서 x축을 기준으로 회전한 몸체에 고정된 좌표를 {***C***}로 정의한다.

계산을 위한 이들 간의 상호관계는 오일러 회전변환을 통하여 유도될 수 있다. 각 좌표간의 변환은 회전행렬로 표시할 수 있는

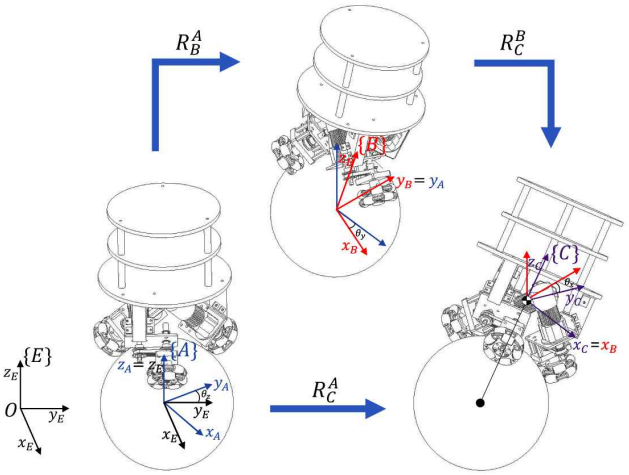

Fig. 5 Definitions of coordinates {*E*}, {*A*}, {*B*} and {*C*}

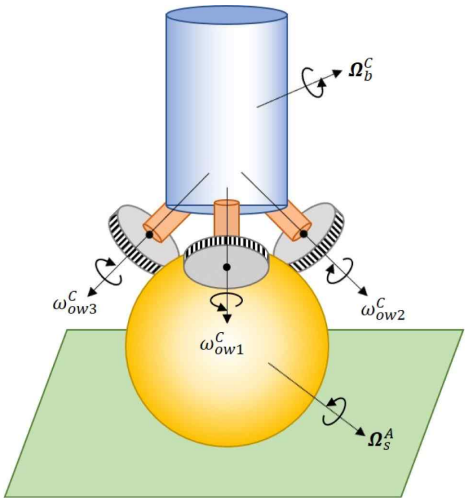

Fig. 6 Angular velocities of bodies

데 R_B^A는 {***A***}기준으로 본 {***B***} 좌표계의 회전으로 정의한다.

3.2 기구학적 모델 분석

라그랑지안을 적용하기 위해서는 운동 중 각 강체가 갖는 에너지를 구해야하기 때문에 각 강체가 갖는 선속도와 각속도의 정의가 선행되어야 한다.

Fig. 6은 로봇의 각 강체의 각속도정의를 나타낸다. 여기서 하단 첨자 s, b, ow는 공, 몸체, 옴니휠을 의미한다.

Fig. 7은 각 바퀴의 순서를 i라고 할 때 $(i = 1, 2, 3)$ 방향벡터들을 정의하고 있다. $\boldsymbol{\sigma}_i$는 각 모터 축의 방향벡터이고 $\boldsymbol{\eta}_i$는 각 옴니휠과 공의 접점 K_i에서 회전축에 수직한 방향으로의 접선 단위벡터이다.

Fig. 8에서는 모델링에 필요한 여러 파라미터들과 벡터들을 정의하고 있다. $\boldsymbol{\delta}_i$는 공의 중심점 P로부터 각 옴니휠과 공의 접점인 K_i까지의 벡터, $\boldsymbol{\rho}$는 지면과 공의 접촉점 B로부터 공의 중심 P까지

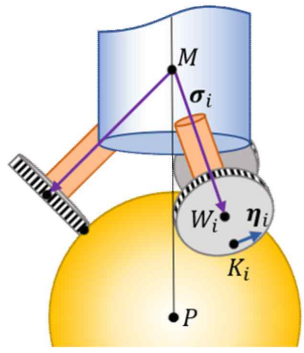

Fig. 7 Contact points and directional vectors

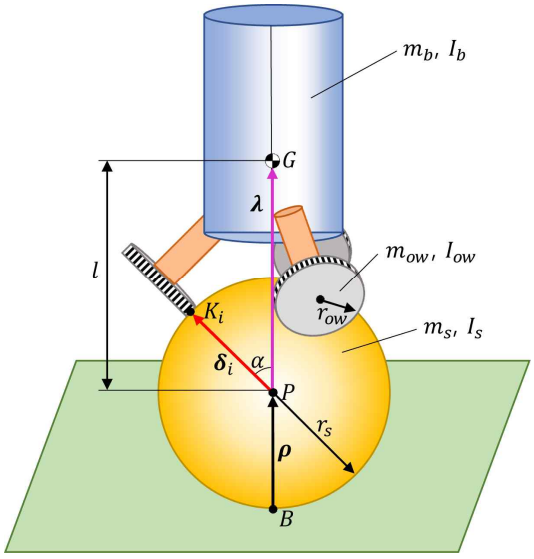

Fig. 8 Parameters of system and vectors

의 벡터이다. 그리고 $\boldsymbol{\lambda}$는 공의 중심 P에서 로봇의 무게중심 G 까지의 벡터이다.

이에 따라, 각 강체의 각속도와 선속도를 다음과 같이 표현할 수 있다.

3.2.1 공의 각속도와 선속도

식 (2)와 같이 좌표계{***A***}에서 공의 각속도를 정의하면 관성기준 좌표계{***E***}에서의 공의 선속도를 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{\Omega}_s^A = \left[\dot{\psi}_x \; \dot{\psi}_y \; 0\right]^T \tag{2}$$

$$\boldsymbol{v}_s = \boldsymbol{\Omega}_s \times \boldsymbol{\rho} = (R_E^A \, \boldsymbol{\Omega}_s^A) \times \boldsymbol{\rho} \tag{3}$$

여기서 R_E^A는 좌표계{**A**}로부터 좌표계{E}로의 회전행렬을 의미한다.

3.2.2 로봇의 각속도와 선속도

일반적인 이동 물체 좌표에 대한 각속도와 오일러 각의 관계식을

이용하여 몸체 기준 좌표계{$\boldsymbol{C}$}에서 로봇 몸체의 각속도를 다음과 같이 정의하였다.

$$\boldsymbol{\Omega}_b^C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta_y \\ 0 & \cos\theta_x & \sin\theta_x\cos\theta_y \\ 0 & -\sin\theta_x & \cos\theta_x\cos\theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

로봇은 공의 이동에 의한 병진운동과 공의 중심을 기준으로 회전운동을 함께 한다. 그러므로 로봇의 선속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\boldsymbol{v}_b^C = R_C^E \boldsymbol{v}_s + (\boldsymbol{\Omega}_b^C \times \boldsymbol{\lambda}^C) \tag{5}$$

3.2.3 옴니휠의 각속도

옴니휠은 몸체에 고정되어 있는 모터와 연결되어 있으므로, 회전운동만 고려한다. 몸체 기준 좌표계{$\boldsymbol{C}$}에서 옴니휠의 각속도는 몸체에 대한 옴니휠의 모터 축 방향 상대 각속도 ω_{owi}^C와 몸체의 모터 축 방향 각속도의 합으로 표현된다. 이를 표현하기 위해서 식 (6)과 같이 좌표계{$\boldsymbol{C}$}에서 몸체에 대한 옴니휠의 상대 각속도를 $\dot{\phi}_i$으로 정의하였다.

$$\omega_{owi}^C = \dot{\phi}_i\,, \quad i = 1, 2, 3 \tag{6}$$

옴니휠과 공의 접점에서 미끄러짐이 없어서 공과 옴니휠의 선속도는 동일하기 때문에 옴니휠의 상대 각속도를 상태변수에 대한 표현으로 변환할 수 있다.

$$\boldsymbol{\omega}_s^C = R_C^A \boldsymbol{\Omega}_s^A - \boldsymbol{\Omega}_b^C \tag{7}$$

여기서, $\boldsymbol{\omega}_s^C$는 몸체 기준 좌표계{$\boldsymbol{C}$}에서 몸체에 대한 공의 상대 각속도를 나타낸다.

$$(\boldsymbol{\omega}_s^C \times \boldsymbol{\delta}_i^C) \cdot \boldsymbol{\eta}_i^C = r_{ow}\dot{\phi}_i \tag{8}$$

식 (8)로부터 옴니휠의 상대 각속도를 구할 수 있다.

$$\dot{\phi}_i = \frac{1}{r_{ow}}(\boldsymbol{\omega}_s^C \times \boldsymbol{\delta}_i^C) \cdot \boldsymbol{\eta}_i^C \tag{9}$$

상태변수로 표현된 옴니 휠의 상대 각속도와 모터 축 방향에 대한 몸체의 각속도를 이용하여 다음과 같이 옴니휠의 각속도 Ω_{owi}^C을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Omega_{owi}^C = \dot{\phi}_i + \boldsymbol{\Delta}_i \cdot \boldsymbol{\Omega}_b^C\,, \quad i = 1, 2, 3 \tag{10}$$

여기서 $\boldsymbol{\Delta}_i$는 $\boldsymbol{\sigma}_i^C / |\boldsymbol{\sigma}_i^C|$이다.

Table 2 Parameters

Symbol	Value	Descriptions
n	64	Gear reduction ratio
r_{ow}	0.03	Omni wheel radius [m]
r_s	0.109	Ball radius [m]
m_b	2.415	Robot body mass [kg]
m_{ow}	0.085	Omni wheel mass [kg]
m_s	0.9	Ball mass [kg]
I_s	0.006	Moment inertia of ball [kg·m^2]
$I_{b,x}$	0.0206	Moment inertia of robot body about x-axis [kg·m^2]
$I_{b,y}$	0.0206	Moment inertia of robot body about y-axis [kg·m^2]
$I_{b,z}$	0.0795	Moment inertia of robot body about z-axis [kg·m^2]
I_{ow}	0.00003825	Moment inertia of Omni wheel [kg·m^2]
I_m	0.00000057	Moment inertia of motor [kg·m^2]
l	0.209	Height of center of gravity [m]
g	9.81	Gravitational acceleration [m/s^2]

3.3 로봇의 파라미터

Fig. 8에 표시된 로봇의 각 파라미터의 설계 결과는 Table 2에 제시 되어있다. 각 축에 대한 에너지의 합을 계산하기 위해서는 3차원 계산을 위한 행렬로의 변환이 필요하며 이는 대각행렬로 표현될 수 있다. 공과 몸체의 관성 모멘트 행렬은 다음 식과 같은 대각행렬로 정의 된다.

$$\boldsymbol{I}_s = \boldsymbol{I}_s^A = \begin{bmatrix} I_s & 0 & 0 \\ 0 & I_s & 0 \\ 0 & 0 & I_s \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{I}_b^C = \begin{bmatrix} I_{b,x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{b,y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{b,z} \end{bmatrix} \tag{12}$$

여기서 I_s와 I_b^C는 각각 공과 로봇 몸체의 관성모멘트 행렬이다.

옴니휠과 모터의 등가관성모멘트 I_w는 옴니휠의 관성모멘트와 모터의 관성모멘트, 감속비의 영향을 모두 고려하여 식 (13)과 같이 표현될 수 있다.

$$I_w = I_{ow} + n^2 I_m \tag{13}$$

3.4 운동에너지 및 위치에너지

Euler-Lagrange 방정식을 적용하기 위하여 이전에 구한 각속도와 선속도를 적용하여 각 강체의 운동에너지와 위치에너지를 구한다.

공의 운동에너지 T_s와 위치 에너지 V_s는 다음과 같고

$$T_s = \frac{1}{2} m_s \boldsymbol{v}_s^T \boldsymbol{v}_s + \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\Omega}_s^A\right)^T \boldsymbol{I}_s^A \boldsymbol{\Omega}_s^A \tag{14}$$

$$V_s = 0 \tag{15}$$

또한 로봇 몸체의 운동에너지 T_b와 위치 에너지 V_b는 아래와 같다.

$$T_b = \frac{1}{2} m_b \boldsymbol{v}_s^T \boldsymbol{v}_s + \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\Omega}_b^C\right)^T \boldsymbol{I}_b^C \boldsymbol{\Omega}_b^C + m_b \left(R_C^I \boldsymbol{v}_s\right)^T \left(\boldsymbol{\Omega}_b^C \times \boldsymbol{\lambda}^C\right) \tag{16}$$

$$V_b = -m_b \boldsymbol{G} \cdot (R_I^C \boldsymbol{\lambda}^C) \ , \boldsymbol{G} = [0 \ 0 \ -g]^T \tag{17}$$

여기서 $\boldsymbol{G}$는 중력 항이며 $[0 \ 0 \ -g]^T$로 정의한다.

옴니휠의 위치 에너지 V_{ow}는 0이고 운동에너지 T_{ow}는 다음과 같다.

$$T_{ow} = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2} I_w \left(\Omega_{owi}^C\right)^2 \tag{18}$$

여기서 Ω_{owi}^C 각 옴니휠의 회전 속도이다.

3.5 외력 계산

외력은 모터에서 나오는 구동토크와 그에 따른 로봇 몸체의 리액션 토크의 합으로 나타내어진다.

모델은 직교좌표계에 대하여 모델링되었기 때문에 모터 축에 대한 입력토크를 직교좌표계에 대한 상태변수로 표현하기 위한 변환이 필요하다.

우선 각 옴니휠의 회전속도 $\dot{\boldsymbol{\phi}}$을 $\left[\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3\right]^T$ 라고 하면 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 과의 관계로부터 자코비안 $\boldsymbol{J}_t$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \boldsymbol{J}_t \dot{\boldsymbol{q}} \tag{19}$$

로봇의 몸체에 의한 리액션 토크는 모터로부터의 토크에 대하여 역방향으로 작용하므로 다음과 같이 표현된다.

$$\boldsymbol{\tau}_{c,i} = \boldsymbol{\Delta}_i (-\tau_i) \ , \ i = 1, 2, 3 \tag{20}$$

여기서 $\boldsymbol{\Delta}_i$는 각 옴니휠의 축방향의 단위벡터이다.

로봇의 몸체에 의한 리액션 토크 또한 직교좌표계에 대한 상태변수로 표현하기 위한 변환이 필요하다. $\boldsymbol{\Omega}_b^C$ 와 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 의 관계로부터 자코비안 $\boldsymbol{J}_{ct}$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{\Omega}_b^C = \boldsymbol{J}_{ct} \dot{\boldsymbol{q}} \tag{21}$$

여기서 $\boldsymbol{J}_{ct}$은 로봇의 자세와 상태량과의 관계를 나타내는 자코비안 행렬이다. 앞에서 정의된 자코비안을 이용하면 외력 $\boldsymbol{\tau}_{ext}$을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} = \left[\tau_1 \, \tau_2 \, \tau_3\right]^T \ , \ \boldsymbol{\tau}_c = \sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{\tau}_{c,i} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = \sum \left(\boldsymbol{J}_t^T \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{J}_{ct}^T \boldsymbol{\tau}_c\right) \tag{23}$$

여기서 $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\tau}_c$ 는 각각 모터의 토크 벡터와 로봇 바디의 리액션 토크 벡터이다.

3.6 운동방정식

3.4절의 에너지 해석을 토대로 Euler-Lagrange 방정식을 적용하여 운동방정식을 도출할 수 있다.

$$T = T_s + T_b + T_{ow} \tag{24}$$

$$V = V_b \tag{25}$$

$$L = T - V \tag{26}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}}\right)^T = \boldsymbol{\tau}_{ext} \tag{27}$$

식 (27)에 L을 대입하여 식을 구하면 $\ddot{\boldsymbol{q}} = \left[\ \ddot{\theta}_x \, \ddot{\theta}_y \, \ddot{\theta}_z \, \ddot{\psi}_x \, \ddot{\psi}_y\right]^T$에 대한 비선형 방정식형태로 정리될 수 있으나 매우 복잡하여 생략하였다. 다음 절에서 이를 선형화한 후 선형 상태방정식 형태로 적용하고자한다.

3.7 선형화 및 상태방정식

전 절에서 유도한 비선형 시스템의 운동방정식을 일반화 좌표의 상태 변수들의 0점 부근에서 선형화하고 상태벡터 $\boldsymbol{x}$를 다음과 같이 정의하였다.

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} = \left[\theta_x \, \theta_y \, \theta_z \, \psi_x \, \psi_y \, \dot{\theta}_x \, \dot{\theta}_y \, \dot{\theta}_z \, \dot{\psi}_x \, \dot{\psi}_y\right]^T \tag{28}$$

시스템의 입력 토크는 $\boldsymbol{u}$를 $\left[u_1 \, u_2 \, u_3\right]^T = \left[\tau_1 \, \tau_2 \, \tau_3\right]^T$라고 하면 다음과 같은 상태방정식을 정의 할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \ , \ \ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u} \tag{29}$$

여기서 행렬 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$는 파라미터들의 값을 대입하였을 때 다음과 같으며 $\boldsymbol{C}$행렬은 10×10의 단위행렬이며, $\boldsymbol{D}$행렬은 영행렬이다.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0000000 \\ -32.1514 & 0 & 0 & 0000000 \\ 0 & 0 & 0 & 1000000 \\ 0 & 0 & -32.1514 & 0000000 \\ 0 & 0 & 0 & 0010000 \\ 0 & 0 & 0 & 0000000 \\ 0 & 0 & 0 & 0000100 \\ 117.8112 & 0 & 0 & 0000000 \\ 0 & 0 & 0 & 0000000 \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -13.9601 & 6.98 & 6.98 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12.0898 & 12.0898 \\ 0 & 0 & 0 \\ -11.2811 & -11.2811 & -11.2811 \\ 0 & 0 & 0 \\ 11.1361 & -5.5680 & -5.5680 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9.6441 & -6.6441 \end{bmatrix} \tag{31}$$

4. 제어기 설계

본 연구에서 유도한 볼봇 로봇의 동역학식은 선형화 후에 선형 시불변 시스템이기 때문에 LQR (linear quadratic regulator) 제어기를 적용할 수 있다. 이 문제는 연속시간시스템인 $\dot{x}=Ax+Bu$에 대하여 비용함수인 $J=\int_0^\infty (x^TQx+u^TRu)dt$를 최소화하는 $u=-Kx$의 최적 제어 이득 행렬 K를 구하는 것이다[5]. 따라서 본 로봇의 동역학적 선형 시불변 모델인 식 (29)을 이용하여 LQR 제어기를 설계하여 적용하였다. 이를 위한 가중치 행렬 Q와 R은 직관과 시행착오를 거쳐 다음과 같이 가정하였다.

$$Q=\begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$R=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{33}$$

정의한 Q와 R에 대하여 이득행렬인 K를 구하였으며 그 결과는 다음과 같다.

$$K=\begin{bmatrix} -74.9285 & 37.4643 & 34.4643 \\ -9.5130 & 4.7565 & 4.7565 \\ 0 & -64.89 & 64.89 \\ 0 & -8.2385 & 8.2385 \\ -1.8257 & -1.8257 & -1.8257 \\ -1.3321 & -1.3321 & -1.3321 \\ -3.6515 & 1.8257 & 1.8257 \\ -3.5673 & 1.7836 & 1.7836 \\ 0 & -3.1623 & 3.1623 \\ 0 & -3.0894 & 3.0894 \end{bmatrix}^T \tag{34}$$

5. 시뮬레이션 및 실험

5.1 시뮬레이션

앞에서 구한 이득행렬 K를 적용한 LQR제어기를 로봇 모델에 적용하여 Matlab의 Simulink를 통하여 시뮬레이션을 진행하였다. 이때 롤 각도와 피치 각도의 초기 값은 각각 3°와 4°로 설정하였다.

5.2 볼봇 로봇 실험

Fig. 9는 제어시스템의 블록도이다. 로봇에 대한 LQR제어 알고리즘을 아두이노 메가 2560보드로 구성하기 위하여 샘플링 시간을 10ms로 정하고 이 주기로 시스템을 이산화하여 이산화 이득 행렬 K_D를 구하여 적용하였다. 또한 IMU센서와 인코더로부터 측정된 상태량들을 모니터링하기 위하여 Bluetooth를 이용하여 로봇의 제어성능을 정량적으로 계측이 가능하도록 하였다.

5.3 제어 시뮬레이션 및 실험 결과

Fig. 10은 롤 제어 시뮬레이션과 실제 로봇 실험과의 과도응답 결과를 비교한 그래프이다. 시뮬레이션에 비하여 실제 로봇 실험의 응답은 언더슈트가 더욱 빠르지만 5에서 6 Hz 정도의 모드로 진동하는 결과를 얻었다. 이러한 차이는 기본적으로 선형화 오차와 옴니휠이 공 표면을 회전할 때 나타나는 휠의 불연속적인 접촉과 고무재질의 스틱슬립(stick-slip)현상에 의한 결과로 분석된다. Fig. 11은 피치 제어 시뮬레이션과 실제 로봇 실험과의 과도응답 결과를 비교한 그래프이다. 기본적으로 볼봇은 롤과 피치방향이 대칭적

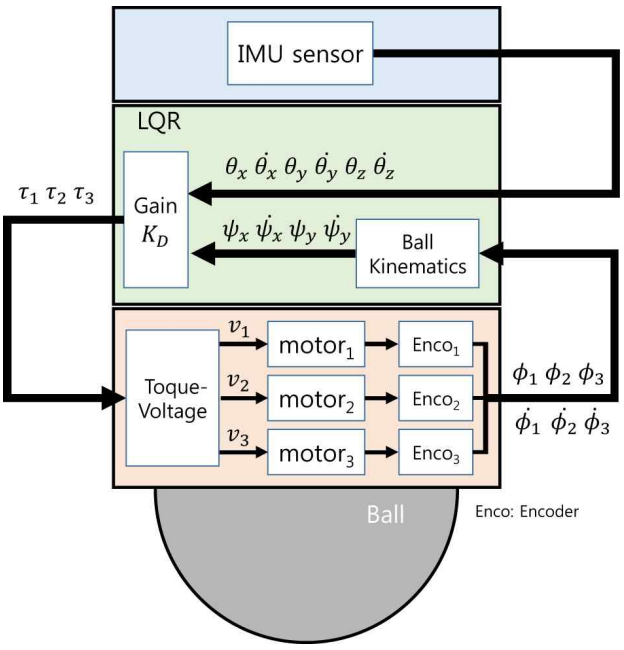

Fig. 9 Block diagram of control system

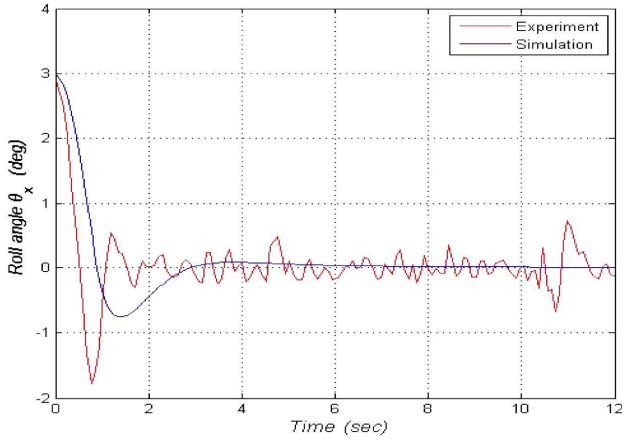

Fig. 10 Comparison of roll angle simulation and experiment

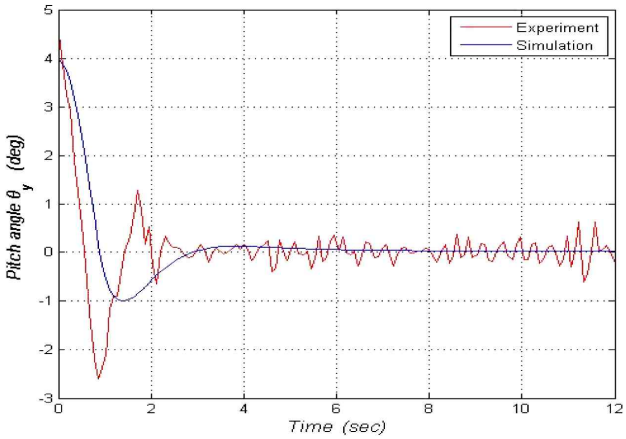

Fig. 11 Comparison of pitch angle simulation and experiment

이기 때문에 롤 방향과 비슷한 과도응답을 보였으며 옴니휠에 의한 진동도 비슷하게 나타났다.

6. 결 론

본 논문에서는 볼봇의 장점을 갖는 자율주행 이동로봇을 개발하기 위하여 모델기반의 볼봇 로봇제어기를 설계하고자한다. 이를 위하여 동역학적 커플링 효과를 고려한 3차원 공간의 비선형 동역학 모델을 Euler-Lagrange 방정식을 이용하여 유도하였다. 이를 제어기 설계에 적용하기 위하여 선형화를 진행하였고 이 선형모델에 대하여 LQR제어기를 설계하였다. 그리고 설계한 제어기를 시뮬레이션을 통하여 제어기 성능을 확인하였다.

성능이 확인된 제어기를 제작된 볼봇 로봇에 적용하여 실험을 진행하였다. 실험의 결과로부터 유도된 수학적 모델과 제어기 설계의 유효성을 확인할 수 있었다. 시뮬레이션과 실험의 응답을 비교해보면 파라미터 값의 부정확성, 비선형오차 등에 의하여 차이를 보였고 특히 실험의 경우 옴니휠 접촉의 불연속으로 진동들이 나타났다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서 진행하였던 모델링, 선형화 과정을 통하여 얻은 수학적 모델을 기반으로 10차의 비선형 시스템인 볼봇 로봇을 효과적으로 제어할 수 있었다.

향후에는 옴니휠로부터의 진동을 최소화할 수 있는 새로운 형태의 구동방식에 대한 연구가 필요하며 Lidar를 기반으로 한 SLAM (Simultaneous localization and mapping) 기술을 적용하여 자율주행 로봇을 완성시키고자 한다.

후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다.

References

[1] Lee, H. T., Park, H. J., 2017, Balancing Control Algorithm for a Single-Wheeled Mobile Robot, J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng. 26:1 144-149.

[2] Endo, T., Nakamura, Y., 2005, An Omnidirectional Vehicle on a Basketball, Advanced Robotics 2005. ICAR 05. Proceedings 573-578.

[3] Lauwers, T., Kantor, G. A.., Hollis, R. L., 2006, A Dynamically Stable Single-Wheeled Mobile Robot with Inverse Mouse-ball Drive, IEEE International Conference on Robotics and Automation. ICRA 2006. Proceedings 2884-2889.

[4] Kumagai, M., Ochiai, T., 2008, Development of a Robot Balancing on a Ball, IEEE International Conference on Control. Automation and Systems ICCAS 2008 433-438.

[5] Anderson, B. D. O., Moore, J. B., 2007, Optimal Control: Linear Quadratic Methods, Dover Publications 91.12edition.