



구조동역학에서 iIRS방법을 활용한 효율적인 인공신경망 접근 방안

리 슈^{a†}, 이재철^{b†}, 김성은^{a,b}, 안준걸^{a,b}, 양현익^{a*}

Efficient Artificial Neural Network Approach for Structural Dynamics Using iIRS Method

Shuo Li^{a†}, Jae-Chul Lee^{b†}, Sung-Eun Kim^{a,b}, Jun-Geol Ahn^{a,b}, Hyun-Ik Yang^{a*}^a Department of Mechanical Design Engineering, Hanyang University^b Material & Component Convergence R&D Department, Korea Institute of Industrial Technology (KITECH)

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 October 2021
Revised 17 November 2021
Accepted 22 November 2021

Keywords:

Structural dynamics analysis
Artificial neural network
Reduced order modeling
Iterated improved reduced system

ABSTRACT

Artificial neural network approaches are used to efficiently generate meta-prediction fields for structural dynamics problems. However, these approaches exert heavy computational burden, which makes it difficult to improve the quality of the prediction fields. Therefore, we propose an artificial neural network strategy for structural dynamics problems using the iterated improved reduced system (iIRS) method. In the proposed method, characteristics of structural data are first extracted using the transformation matrix of the iIRS method. Next, the neural network (NN) is trained using only the extracted features. The prediction fields are restored by combining the trained NN results with the transformation matrix in the iIRS method. As a result, the quality of NN for structural dynamics problems is significantly improved owing to the efficient computational procedure. The performance of the proposed method is verified using the gearbox-housing model in an electric vehicle.

1. 서론

최근 전산 역학을 활용하는 산업에서 인공신경망 구조를 활용하는 사례가 많아지고 있다. 구조 동역학 분야에서는 Rogers, J. L.와 Kosmatopoulos, E. B.의 논문에서처럼 인공신경망 방식을 통해 다양한 매개변수에 대해 우수한 예측 결과를 획득하는 연구가 있었다^[1,2]. 이와 같이 구조 동역학 분야에서 인공신경망의 적용은 메타 모델링을 구축하여 결과를 예측하는 방법 중 가장 효율적인 방법으로 사용되고 있다.

하지만 인공신경망 구조의 적용은 신경망 학습과정에서 많은 데이터 처리량을 필요로 한다^[1]. 신경망 학습 과정은 학습 데이터에

대한 각 층의 가중치 변화와 반복 학습을 기반으로 하기 때문에 높은 계산 비용을 초래하게 된다^[1]. 이와 같은 원인으로 인한 계산 비용의 증가와 긴 훈련시간은 인공신경망 구조를 적용하는 데 있어 걸림돌이 되었다^[3].

인공신경망 구조에서 요구하는 높은 계산 비용을 효율적으로 처리하고자 하는 여러 시도들이 있었다. Shady E. Ahmed은 앞선 논문과 같이 데이터를 많이 처리해야 하는 신경망 모델에 차수 감소 방법을 적용시켜 컴퓨터 비용을 줄이고자 하였다^[4]. Shady는 차수 감소 방법을 사용하여 요구되는 데이터의 차원 자체를 축소시켜 신경망 구조가 요구하는 계산 비용을 감소시켰으며, 적은 계산 비용으로도 효과적으로 신경망을 학습시킬 수 있음을 Burger's

[†] These authors contributed equally to this work.

* Corresponding author. Tel.: +82-31-436-5285

E-mail address: skynet@hanyang.ac.kr (Hyun-Ik Yang).

equation을 사용하여 증명하였다. 그러나 Shady가 제시한 방법은 Burger's equation과 같이 매개변수가 1개(Reynold's number)로 이루어진 방정식에만 적용 가능하기 때문에 구조 동역학과 같이 매개변수가 여러 개인 경우(Young's modulus, poisson ratio, time interval 등)에 대해서는 Shady가 제안한 방법을 적용할 수 없는 한계점을 가지고 있었다.

본 논문에서는 구조 동역학 분야에서 효율적인 계산 비용으로 신경망을 학습시키기 위해 구조 동역학 분야에서 널리 사용되고 있는 iRS 차수 감소 방법에 기반한 신경망 학습전략을 제안한다.

제안된 방법에서는 구조 동역학의 전체 데이터에 iRS 방법을 적용하여 각각의 변환 행렬을 얻고 이를 사용하여 각 데이터를 압축시킨다. 축소된 데이터에 맞게 사전에 정의된 신경망은 압축된 데이터만을 가지고 학습을 진행하게 된다. 학습에 사용되지 않은 데이터의 예측 필드는 사용자가 원하는 구조 매개변수(예: 밀도, Young's modulus 등)에서의 iRS 변환 행렬과 학습된 신경망에서 도출되는 예측 결과의 조합을 통해 원래의 크기로 복원된다.

위와 같은 과정으로 제시된 방법은 앞에서 한계점으로 언급되었던 구조 동역학에서의 다변수 문제를 iRS 방법을 사용하여 해결할 수 있었다. 또한 iRS 방법은 구조 동역학에서 다른 방법들보다 성능이 우수한 변환 행렬을 도출하기 때문에 압축된 데이터를 학습한 신경망의 예측 결과 또한 구조 데이터의 특징을 잘 내포할 것으로 기대할 수 있다. 제안된 방법은 학습 데이터의 직접적인 축소로 인해 학습 시간이 큰 폭으로 감소하였다.

제시된 방법을 통한 예측 결과는 전기자동차의 기어 박스 하우징을 수치 예제로 선정하여 검증하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 다변수 함수에 적용할 수 있는 차수 감소 방법인 iRS method를 소개하고 3장에서는 앞서 설명한 iRS method를 인공신경망 방법에 적용하는 과정에 대해 설명하였다. 4장에서는 기존의 인공신경망 방법과 제시한 방법을 기어 박스 하우징 모델을 사용하여 검증하고 성능을 비교하였다. 5장에서는 앞서 제시한 내용을 바탕으로 결론을 도출하였다.

2. 차수 감소 방법

구조역학 분야에서 동역학적 문제를 풀기 위한 차수 감소 방법은 지속적으로 개발되었다. Guyan method는 이 중 자유도에 기초한 기법으로 전 단계 모델의 자유도를 다음 단계의 최종 선택에서 주요 자유도로 전환하여 계산비용을 줄이는 방법이다^[5]. 여기서 감소된 위상 벡터는 전 단계 모델의 위치와 동일한 공간에 위치하게 된다. 이렇게 자유도에 기초한 방법은 위치를 기반으로 하기 때문

에 다른 차수 감소 방법에 비해 비효율적인 부분이 있지만, 이러한 방법의 특징은 실제 실험 방법과 쉽게 결합된다는 장점이 있다. 예를 들어 전체가 아닌 특정 센서 위치에서만 실험 데이터를 얻을 수 있는 환경에서 자유도에 기반한 방법을 사용하여 특정 센서 위치만을 활용해 시스템 전체의 응답성을 회복시킬 수 있다.

자유도에 기초한 Guyan method는 여러 개선 방법이 개발되었는데 이 중 대표적인 것이 IRS 방법이다. IRS는 주요 자유도를 선별하는 노드 선택 방법을 보정함으로써 성능을 개선하였다^[6].

그 이후에는 Friswell, M. I.에 의해 IRS 방법을 반복 적용하여 정확도를 높인 iRS 방법이 등장하였다. 이렇게 초기에 비해 성능이 개선된 iRS 방법으로 완성된 시퀀스 모델은 비교적 큰 시스템의 동적 특성을 보다 정밀하게 묘사할 수 있으며, 동시에 계산 시간도 크게 단축시키는 결과를 얻었다^[7]. 2장에서는 구조 동역학에서 사용되는 차수 감소 방법인 Guyan method와 이를 개선한 iRS에 대해 간략하게 설명하고자 한다.

2.1 Guyan method

Guyan method는 정적상태의 운동방정식에서 관성항을 무시할 수 있는 조건으로 노드를 비활성화시켜 차수를 감소시키는 기법이다^[5]. 정적상태의 운동방정식은 일반적으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[\mathbf{M}_n] \{\ddot{\mathbf{u}}_n\} + [\mathbf{K}_n] \{\mathbf{u}_n\} = \{\mathbf{F}_n\} \quad (1)$$

정적상태 조건에서 관성 효과를 무시할 수 있으므로 강성 행렬에 관해 활성화 노드와 비활성화 노드로 분류해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ad} \\ \mathbf{K}_{da} & \mathbf{K}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{F}_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{F} 는 각각 질량, 강성, 힘 행렬을 의미한다. \mathbf{u} , $\ddot{\mathbf{u}}$ 은 각각 변위와 가속도 행렬을 의미한다. 아래 첨자 n 은 전체 노드 수를 의미하고 a 는 활성화 노드를 d 는 비활성화 노드를 의미한다. 정적상태이기 때문에 가해지는 가속도를 0으로 놓아 식 (1)을 강성만 고려한 식 (2)로 정리할 수 있다. 식 (2)의 두 번째 행에서 비활성화 노드에 대해 작용력을 0으로 놓을 수 있다.

$$[\mathbf{K}_{da}] \{\mathbf{u}_a\} + [\mathbf{K}_{dd}] \{\mathbf{u}_d\} = \{\mathbf{0}\} \quad (3)$$

식 (3)을 \mathbf{u}_d 에 대해 정리하면 비활성화된 노드에 대한 위상관계식을 얻을 수 있고 이에 대해 변환 행렬 \mathbf{T} 를 얻을 수 있다.

$$\{\mathbf{u}_d\} = -[\mathbf{K}_{dd}]^{-1}[\mathbf{K}_{da}] \{\mathbf{u}_a\} \quad (4)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{dd}^{-1}\mathbf{K}_{da} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 \mathbf{I} 는 단위 행렬이다. 얻어진 변환 행렬을 Guyan 축소 방법에 따라 강성 행렬과 질량 행렬에 적용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}_{Guyan} = \mathbf{T}_{Guyan}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{Guyan} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{Guyan} = \mathbf{T}_{Guyan}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{Guyan} \quad (7)$$

Guyan method는 다중 입력 변수 환경에서 차수 감소를 가능하게 하는 방법으로 사용할 수 있지만 관성항을 모두 무시하기 때문에 정확도를 충분히 보장하지 못하는 경우가 생길 수 있다. 다음 섹션에서 이와 같은 문제를 보완한 IRS 방법에 대해 설명한다.

2.2 Improve reduced system

Improve reduced system (IRS)은 구조 동역학 분야에서 차수 감소를 위해 사용할 수 있는 방법으로 관성항을 무시하여 차수 감소에 사용했던 Guyan method를 개선하는 방법으로 관성항을 적정값으로 가정하여 근사함으로써 정확도를 높일 수 있는 방법이다^[6]. 식 (2)에서 $\ddot{\mathbf{u}}_a$ 와 \mathbf{u}_a 의 관계를 정리하기 위해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{u}}_a = \lambda^2 \mathbf{u}_a \quad (8)$$

식 (1)에 앞에서 구한 식 (6)과 (7)을 적용하여 식 (8)의 활성화 노드 \mathbf{u}_a 에 대해 λ^2 을 $-\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan}$ 으로 가정할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{u}}_a = -\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan}\mathbf{u}_a \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\mathbf{K}_{dd}^{-1}\mathbf{K}_{da}\ddot{\mathbf{u}}_a = -\mathbf{K}_{dd}^{-1}\mathbf{K}_{da}\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan}\mathbf{u}_a \quad (10)$$

이를 식 (4)에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{dd}^{-1}\mathbf{K}_{da} \end{bmatrix} \mathbf{u}_a = \mathbf{T}_{Guyan}\mathbf{u}_a \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_d = \mathbf{K}_{dd}^{-1}(\mathbf{M}_{da}\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan}\dots - \mathbf{M}_{dd}\mathbf{K}_{dd}^{-1}\mathbf{K}_{da}\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan} - \mathbf{K}_{da})\mathbf{u}_a \quad (12)$$

식 (12)을 정리하여 다음과 같이 변환 행렬을 생성한다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{dd}^{-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{T}_{IRS} = \mathbf{T}_{Guyan} + \mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{T}_{Guyan}\mathbf{M}_{Guyan}^{-1}\mathbf{K}_{Guyan} \quad (14)$$

생성된 변환 행렬을 질량과 강성 행렬에 행렬곱을 하는 것으로 데이터를 축소시킬 수 있다. 다음 섹션에서는 이와 같은 방법을 반복 적용한 iIRS에 대해 설명하고자 한다.

2.3 iterated Improve Reduced System

1995년 Friswell에 의해 IRS 방법은 반복 적용되어 정확도를 향상시킬 수 있음이 발견되었다^[7]. Friswell의 논문에서 이 방법은 iterated Improve Reduced System (iIRS)로 명명되었다. iIRS는 식 (14)을 반복 적용하는 방법으로 다음과 같이 이전 단계의 데이터를 사용하여 더 높은 성능의 변환행렬을 구하는 기법이다.

$$\mathbf{T}_{IRS,i} = \mathbf{T}_{Guyan} + \mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{T}_{IRS,i-1}\mathbf{M}_{IRS,i-1}^{-1}\mathbf{K}_{IRS,i-1} \quad (15)$$

위 식에서 i 는 IRS 방법을 반복 적용한 횟수를 의미한다.

2.4 고유값 오차 비교

앞서 설명한 방법들의 정확성을 판단하기 위해 rigid body의 강성 행렬을 각 방법으로 압축하여 각각의 고유값 오차를 측정하였다. 압축 전의 강성 행렬은 18316의 크기를 가지고 있었으며 이를 12의 크기로 압축하였다. Fig. 1에 각 방법에 대해 압축된 12개의 모드별로 고유값 오차의 결과를 나타내었다. 상대적인 고유값 오차에 대한 식은 J.-G. Kim (2015)의 논문의 식을 사용하였다^[8].

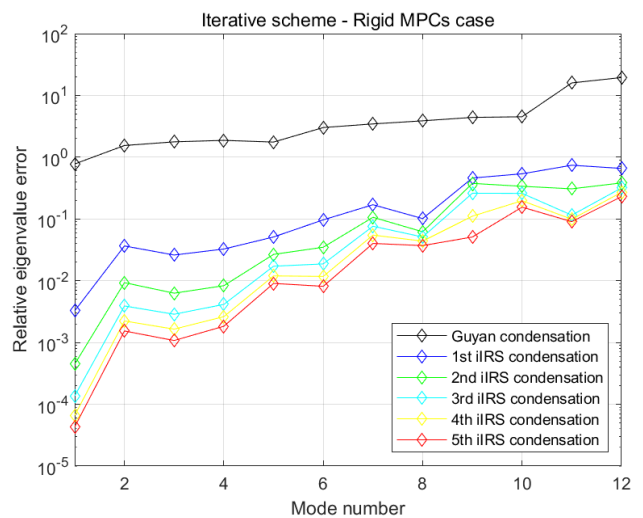


Fig. 1 Eigenvalue error of Guyan and iterated IRS condensation

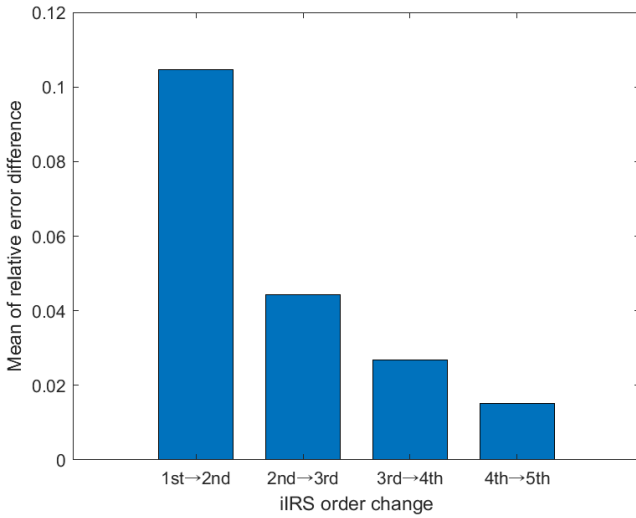


Fig. 2 Mean of relative error difference according to order change

Guyan method에 비해 IRS method가 고유값을 더 잘 포함하는 것을 알 수 있으며 IRS method를 2번 적용한 2nd IRS method는 보다 더 낮은 오차를 나타내는 결과를 보였다.

반복 횟수가 증가할수록 고유값 오차는 작아지는 결과를 보이지만 Fig. 2에 표시한 것과 같이 오차의 감소 폭 또한 반복할수록 작아지는 결과를 보였다. Friswell, M. I. (1998)의 논문을 참고하여 iIRS의 수렴 지점을 판별하였고 이 결과로 5차 iIRS를 신경망 구조에 적용하였다⁹⁾.

이어서 다음 장에서는 구조 동역학에서 이러한 차수 감소 모델링을 적용한 신경망 구조에 대해 설명한다.

3. iIRS를 적용한 다변수 신경망 구조

2장에서 설명한 차수 감소 모델링 방법은 구조 동역학에서 자주 사용되는 방법이다. 이번 장에서는 이러한 차수 감소 모델링을 신경망 구조에 적용시키는 방법에 대해 설명한다. 제안된 방법의 구조는 두 개의 모듈로 나눌 수 있다. 첫 번째로 학습 데이터로 신경망 학습이 진행되는 훈련 모듈이 있고 두 번째로는 훈련 과정 후에 학습에 사용하지 않은 예측 데이터를 넣어 결과를 예측하는 예측 모듈이 있다. 주어진 데이터는 훈련 데이터, 예측 데이터 2가지로 분류하여 훈련 모듈에서 학습 데이터를 사용해 신경망을 훈련하고 예측 모듈에서 예측 데이터에 대한 예측 결과를 도출하도록 구성하였다.

3.1 신경망 구성

신경망의 알고리즘은 feedforward algorithm으로 구성하였다. Loss function은 MSE로 사용되며 Optimizer는 Adam을 사용

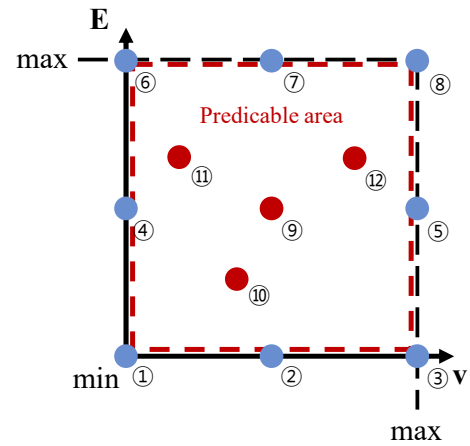


Fig. 3 Classification of maximum and minimum of input data and specify predictive data

하였다. 전체 데이터와 감축된 데이터의 크기가 다르기 때문에 각 모델에 데이터의 크기를 고려한 매개변수를 갖는 신경망을 생성하였다. 신경망 구조에 대한 초매개변수들은 Table 1에 정리하였다.

3.2 훈련 과정

앞서 보인 iIRS를 적용하여 감축된 데이터를 신경망 구조에 학습시키는 제시된 방법을 본 논문에서 다변수 ROM-NN (reduced ordered method-neural network) 방법으로 명명하고자 한다. 다변수 ROM-NN 과정은 먼저 parameter를 선별하는 과정이 요구된다. 본 논문에서 사용한 parameter는 AI 2024-T4부터 AI 6061-T6까지의 parameter를 사용하였다. 이에 대해 Fig. 3와 같이 최대와 최소값을 설정하여, training data의 기반이 되는 training parameter는 전체 parameter domain의 경계값으로 선정하고 test data의 기반이 되는 test parameter는 parameter domain 내부에 위치하는 값으로 선정한다. 이에 따라 본 논문에서의 training parameter는 Table 2의 ①~⑧이며 test parameter는 Table 2의 ⑨~⑫이다.

Training parameter에 해당하는 조건에서 외력에 대한 변위 행렬을 구하기 위해 Newmark method를 사용하여 전체 변위 행렬을 계산한다¹⁰⁾. 계산된 전체 변위 행렬 $U_{1 \sim 8}$ 는 iIRS를 통해 변환 행렬 $T_{1 \sim 8}$ 를 구하고 이를 사용하여 $U_{1 \sim 8}$ 을 $q_{1 \sim 8}$ 로 축소시킨다. 이렇게 구한 $q_{1 \sim 8}$ 는 다변수 ROM-NN 방법에서 training data로 사용한다. Test data는 test parameter에 해당하는 변위를 압축시킨 $q_{9 \sim 12}$ 로 사용한다. 변환 행렬을 사용해 축소하는 과정을 아래에 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(T_{1 \sim 8}^T \times T_{1 \sim 8})^{-1} \times T_{1 \sim 8}^T \times U_{1 \sim 8} = q_{1 \sim 8}. \quad (16)$$

Table 1 Hyper parameters of proposed method

Hyper parameters	
Hidden layers	9
Neurons in each layer	20
Activation function	Tanh
Loss function	MSE
Optimizer	Adam
Learning rate	0.001
L ₂ regularization rate	0.000001
Initialization method	Xavier
Batch size	100
Iteration number	200,000

Table 2 Property parameter list of gearbox housing

	Young's modulus (Gpa)	Poisson ratio
①	68	0.32
②	68	0.34
③	68	0.36
④	78	0.32
⑤	78	0.36
⑥	88	0.32
⑦	88	0.34
⑧	88	0.36
⑨	78	0.34
⑩	73	0.335
⑪	82	0.326
⑫	82	0.351

여기서 T 는 변환 행렬을 의미하며 U 는 전체 변위 행렬을 의미한다.

제시한 신경망에서 각 시간에 따른 input값으로 q 를 예측하기 위해 Newmark method에서 적용한 시간 간격을 input으로 하는 input 행렬 X_k 를 생성한다. X_k 는 다음과 같이 구성한다.

$$X_k = \begin{bmatrix} t_0 & E_k & \nu_k \\ t_1 & E_k & \nu_k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ t_n & E_k & \nu_k \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서 t 는 시간을 나타내고 n 은 총 시간을 나눈 수이다. E 와 ν 는 각각 Young's modulus와 Poisson ratio를 의미하며 k 는 파라미터의 번호를 의미한다. 학습효율을 향상시키기 위해 데이터 전처리 과정으로 학습하는 전체 input data에 대해 batch normalization을 적용하였다^[11]. Batch normalization은 신경망의 학습률을 향상시키고 동시에 overfitting을 방지하여 initialization

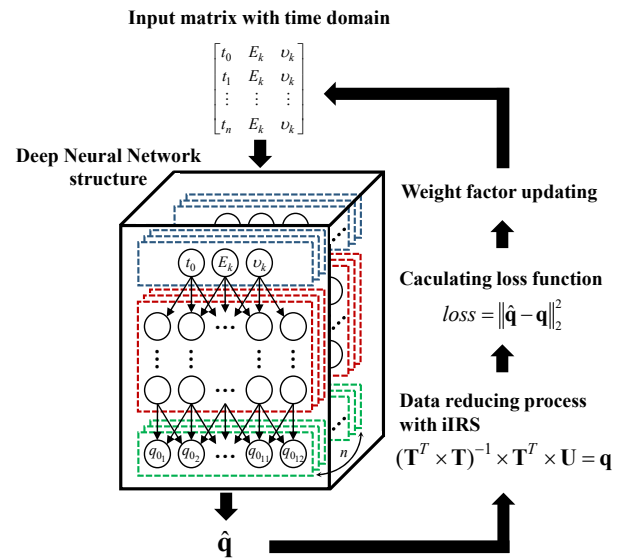


Fig. 4 Workflow for neural network training in the proposed method

에 덜 민감하게 하는 효과가 있다. 이후 생성된 신경망에 각 X_k 를 input으로 학습을 진행시키고 그 결과를 training data인 $q_1 \sim 8$ 과 비교하여 가중치를 조정한다. 그러면 신경망은 각 시간 구간과 Young's modulus, 그리고 Poisson ratio를 입력받음으로 $q_1 \sim 8$ 을 도출하고 이를 반복할수록 $q_1 \sim 8$ 과 유사해진다. 이러한 훈련 과정의 알고리즘을 도식화하여 Fig. 4에 나타내었다.

3.3 예측 과정

훈련이 완료된 신경망 구조를 사용하여 학습에 사용되지 않은 파라미터의 q 값을 수치계산 과정 없이 예측할 수 있다. 학습에 사용되지 않은 파라미터의 시간 구간과 Young's modulus, 그리고 Poisson ratio로 X_k 를 구성한다. 구성된 X_k 를 input으로 활용하여 test data인 $q_9 \sim 12$ 을 예측하는 $q_9 \sim 12$ 을 도출할 수 있다.

본 연구에서는 복원과정을 통해 도출된 $q_9 \sim 12$ 를 전체 변위 행렬인 $U_{9 \sim 12}$ 로 복원한다. 먼저 학습에 사용되지 않은 예측값의 파라미터로 질량과 강성 행렬을 구성한다. 이 두 행렬을 iRS method를 통해 예측값의 변환 행렬 $T_{9 \sim 12}$ 를 구하고 이를 $q_9 \sim 12$ 에 곱하여 전체 변위 행렬인 $U_{9 \sim 12}$ 로 복원하게 된다.

$$\hat{U}_{9 \sim 12} = \hat{q}_{9 \sim 12} \times T_{9 \sim 12} \quad (18)$$

이와 같은 방법으로 구해진 예측 결과 $U_{9 \sim 12}$ 은 예측값의 파라미터로 구성된 input값을 신경망 구조에 입력하고 iRS 변환 행렬을 구하는 것으로 큰 계산비용 없이 전체 변위 행렬을 구할 수 있다.

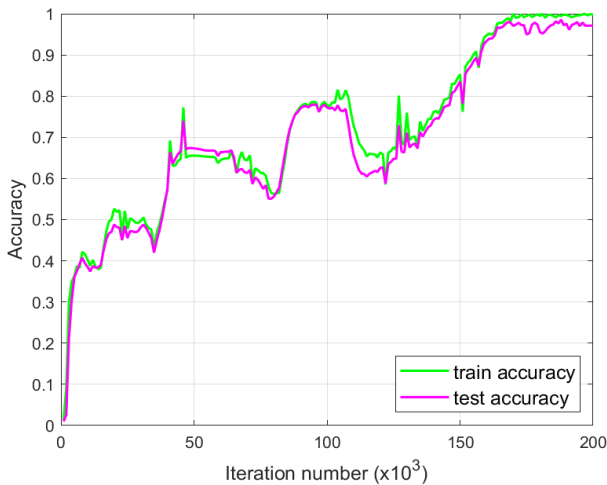


Fig. 5 Train and test accuracy of the trained neural network

3.4 신경망 검증

제안된 방법은 감축된 \mathbf{q} 를 통해 학습이 이루어진다. 이번 섹션에서는 학습 데이터 \mathbf{q} 와 신경망을 통해 도출된 $\hat{\mathbf{q}}$ 을 사용하여 신경망의 정확도를 검증하였다.

제안된 신경망의 \mathbf{q} 에 대한 예측값의 정확도는 Fig. 5에 나타나 있다. Fig. 5에서는 training parameter ①~⑧을 사용한 신경망의 반복 횟수에 따른 training accuracy와 test accuracy를 나타내었다. Fig. 5의 train accuracy는 약 17만회 이후의 반복 횟수에서 $q_1 \sim q_8$ 의 99%에 근접한 유사도를 보였으며 test accuracy는 16~20만회의 반복 횟수 구간에서 약 5%이내의 오차를 유지하였다.

다음 장에서는 수치 예제를 통해 기존의 전체 데이터를 학습하는 방법을 사용하여 구한 예측 데이터와 제시한 방법을 사용하여 도출한 데이터를 비교하여 검증하고자 한다.

4. 모델링 및 수치 해석 결과

4.1 모델 구성

기어 박스 하우징의 동역학적 거동은 샤프트 구동 시에 발생하는 홀 주변 외력에 의한 거동으로 가정할 수 있다. 이러한 동역학적 거동을 고려하면서 기어 박스 하우징을 경량화하기 위해서는 샤프트에 대한 동적 응답 특성을 파악하고 주요 부분에 대한 설계를 진행하여야 한다.

최근 전기자동차의 기어 박스 하우징은 기어 변속 과정이 생략되어 경량화 및 소형화의 가능성이 더욱 높아지게 되었다. 그러나 모터의 높은 토크에 의한 발진 시 초기 진동 및 회생 제동에 의한 진동으로 다양한 조건에서의 동적 응답 특성에 대한 계산이 필요하다.

이와 같은 조건에서 다변수 ROM-NN 구조는 대표적인 reference 데이터를 기반으로 반복적인 계산을 줄일 수 있는 방법이 될 수 있다.

대상이 되는 기어 박스 하우징은 질량 및 강성 행렬에 다중점 구속 조건(multipoint constraints, MPCs)을 적용하여 샤프트가 연결되는 중심 부분 두 곳을 condensation node로 지정하고 외력을 가하는 방식으로 구성하였다^[12,13].

MPCs가 적용된 condensation node에서 받은 외력은 주변의 constraint node로 분산되어 하우징 전체에 힘이 전달된다. 즉, 샤프트에서 전달되는 외력은 condensation node 2곳을 통해 총 12개의 자유도로 함축되어 전달할 수 있어 식 (1)의 계산을 간편하게 만들 수 있다. 즉, 다중점 구속 조건을 사용하여 하우징 전체에 대한 정보를 함축하여 필요한 부분만을 계산하였다. Table 3에 하우징 모델의 파라미터들을 정리하였으며 Fig. 6에 변속기 하우징 모델의 형상과 주요 node 들의 위치를 표시하였다.

4.2 변위 오차

Fig. 6에서 제시한 기어 박스 하우징에 Table 3의 excitation forces에 대한 boundary condition을 설정하였고 이러한 조건 하에 기어 박스 모델의 외력에 의한 각 노드의 변위 변화량을 측정하

Table 3 Parameters of gearbox housing model

Parameters	
Material	Aluminum (from 2024-T4 to 6061-T6)
Density	$7.3 \times 10^3 \text{kg/m}^3$
Total nodes number	6739
Fixed nodes number	565
Condensation nodes number	2
Excitation location	Condensation node
Excitation forces	$\sin(4\pi^2 t) \times 10^6$

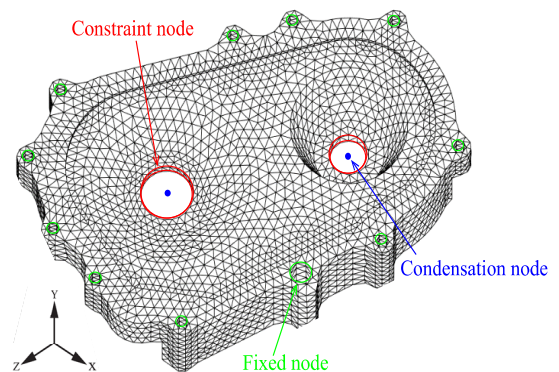


Fig. 6 Denotation for each type area at gearbox housing

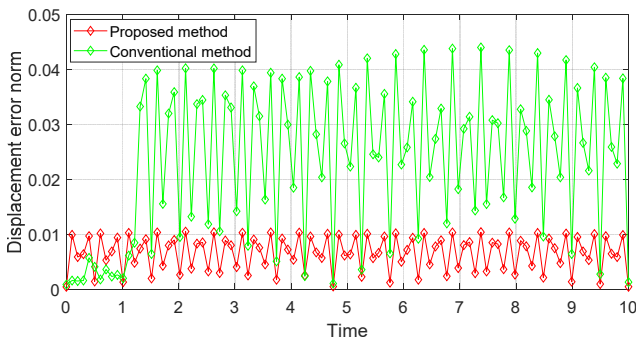


Fig. 7 Displacement error norm at entire time range

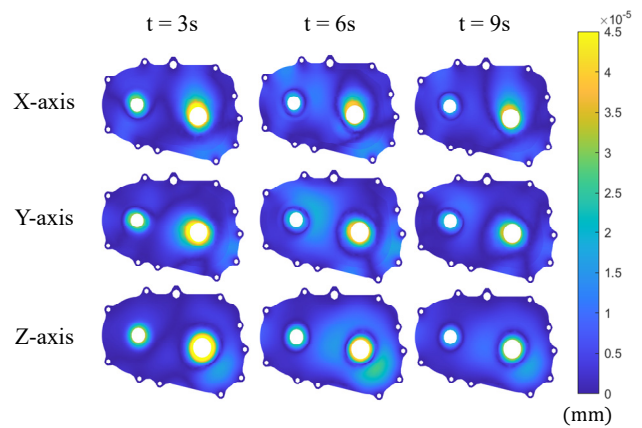


Fig. 9 Displacement error of proposed method

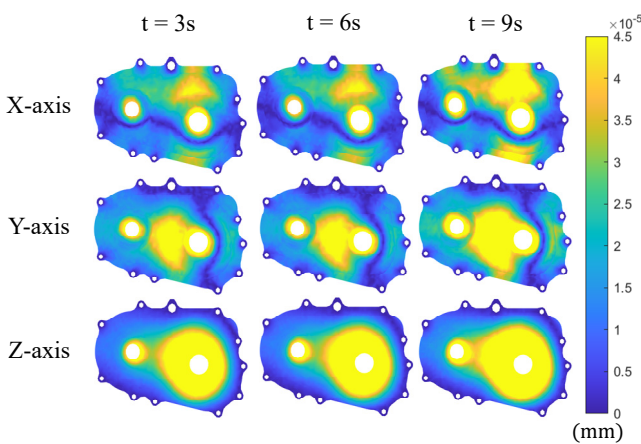


Fig. 8 Displacement error of conventional method

Table 4 Frobenius norm value of displacement error

Axis	Conventional method	Proposed method
X-axis	0.0049	0.0021
Y-axis	0.0055	0.0020
Z-axis	0.0210	0.0047

는 것으로 앞에서 제시한 방법을 평가하였다. 해석 전체 시간 범위 구간을 0초부터 10초로 설정한 조건에서 제안된 모델과 기존 모델의 변위 오차 결과를 Fig. 7에 나타내었으며 표시된 변위 오차 결과는 각 노드 위치에 대한 전체 오차 값의 평균으로 도출하였다.

Fig. 7에서 기존의 NN 방법은 약 1.3초 이하의 시간 구간에서 높은 정확도를 보였지만 그 이후로는 제안된 ROM-NN 방법이 기존의 방법보다 더 낮은 오차를 보여주었다. Fig. 7의 결과에서 제시된 방법은 전체 모델의 평균적인 값에서는 오차가 낮을 수 있으나 모든 위치의 노드점에서 기존 모델보다 더 낮은 오차를 갖는다고 단정할 수 없다. 따라서 모델의 전체 노드점 위치에서 더 낮은 오차를 갖는지를 알기 위해 모델의 전체 노드점 위치의 변위 오차를 모두 구하여 평가하고자 하였다. 이를 시각적으로 표현하기 위해 contour를 활용하여 모델의 변위 오차 결과를 도식적으로 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. Fig. 8은 기존 NN 방법에서 x, y, z 각 방향을 기준으로 하는 변위 오차의 결과를 나타낸다.

Fig. 9는 다변수 ROM-NN 방법을 사용한 변위 오차의 결과를 나타낸다. Fig. 8, 9에서 제시한 시간 간격 3, 6, 9초는 앞서 언급한 1.3초 이후의 결과를 동일한 간격에서 비교하기 위해 설정하였다.

Fig. 8과 비교해 Fig. 9는 표시한 3, 6, 9초 시간 간격에서 오차

가 모두 감소하는 결과를 보였다. 모델에 외력이 직접적으로 작용하는 부분 외의 위치에서 오차가 확연히 감소하였고 x, y, z축의 모든 부분에서 더 낮은 오차를 나타내는 결과를 보였다.

이를 수치적으로 표현하기 위해 변위 행렬에 Frobenius norm 값을 계산하여 Table 4에 표시하였다. Table 4에 표시한 결과는 각 축에 대해 시간 구간의 평균값을 나타내었다. Table 4에서 제시한 다변수 ROM-NN 방법은 기존의 NN 방법에 비해 오차를 약 66% 감소시키는 것으로 나타났다. 이러한 결과로 제시된 방법은 기존의 NN 방법보다 약 300% 높은 정확도를 가지는 것으로 판단할 수 있다.

4.3 von-Mises stress 결과 및 수렴성 비교

제시한 ROM-NN 방법을 응력에 대해서도 검증하기 위해 von-Mises stress에 대한 결과값을 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10에서 제시한 방법은 기존 NN 방법보다 같은 반복 횟수에서 더 낮은 오차를 보였다. 기존 NN 방법은 외력이 가해진 샤프트 홀을 중심으로 오차의 최댓값을 나타냈다. 이에 비해 제안된 방법은 기존 NN 방법과 비교해 수치적인 오차 감소뿐만 아니라 주요 부분인 샤프트 홀에서 오차의 최댓값을 갖지 않는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 10에서는 하우징 모델의 수렴성을 비교하기 위해 각 모델의 학습 시간을 Fig. 10의 contour 아래에 각각 나타내었다. 학습 시간의 증가와 오차의 감소율을 보면 제안된 다변수 ROM-NN 방법이 기존의 NN 방법보다 수렴성이 더 높은 것으로 판단된다. 결과적으로, 제시한 다변수 ROM-NN 방법은 기존의 NN 방법의

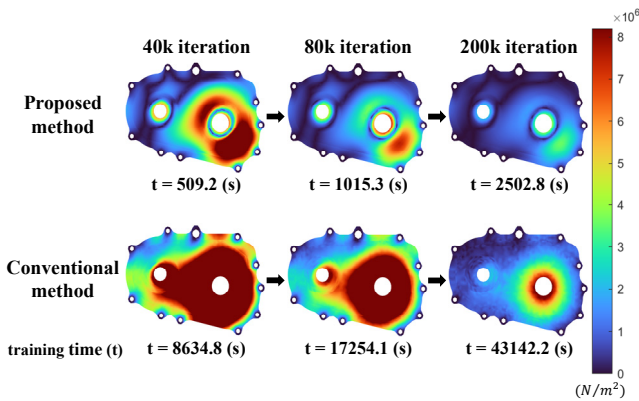


Fig. 10 von-Mises stress error and training time value

약 94%가 감소된 계산 시간만을 필요로 하였으며 20만 번의 반복 횟수 내에서 기존의 NN 방법보다 더 높은 정확도를 보였다.

5. 결론

본 연구에서는 구조 동역학 분야에서 데이터의 차수를 감소시켜 계산 효율성에 중요한 역할을 할 수 있는 ROM 방법을 신경망 구조의 컴퓨팅 방식에 적용하였다. 이는 본 논문에서 신경망 구조에 iIRS 방법을 적용하여 효과적으로 신경망 구조를 학습시킬 수 있는 다변수 ROM-NN 방법으로 제시되었다.

제안된 기법의 효율성을 검증하기 위해 전기자동차용 기어 박스 하우징 모델을 수치 예제 모델로 활용하였다. 검토 방법은 모델을 정적 축소하여 변위 및 본 미세스 응력의 결과값을 도출하고 이를 전체 행렬을 학습하는 기존 방법과 비교하는 방식으로 검토하였다.

제시된 다변수 ROM-NN 방법은 주어진 데이터의 질량 행렬과 강성 행렬에 iIRS 기법을 적용하여 변환 행렬 T 를 얻고 이를 사용하여 데이터를 감축시킨다. 그 후 변위 행렬 U 의 차수를 감소시킨 감축 행렬 q 를 사용하여 신경망 구조를 빠르게 학습시켰다.

마지막으로 훈련된 신경망 구조에 예측 데이터의 입력값으로 예측 과정을 거쳐 감소 행렬 \hat{q} 를 도출하였고 변환 행렬 T 를 사용해 전체 행렬의 크기로 복원하였다. 결과적으로 제시된 방법은 학습하지 않은 데이터에 대한 변위 행렬을 매우 유사하게 예측하였고 기존 방법보다 빠른 학습이 가능하였다.

본 연구에서 제시된 다변수 ROM-NN 방법은 신경망 구조에 ROM을 사용하는 계산방식이 구조역학 분야에 효과적으로 적용될 수 있다는 것을 구체적인 수치 계산 결과를 제시하여 입증하였다. 제시된 다변수 ROM-NN 방법은 전통적인 신경망 구조에 비해 동일한 뉴런, 반복 횟수에서 계산 비용은 약 94% 절감할 수 있었고, 정확도는 300% 가까이 상승한 결과를 얻을 수 있었다.

References

- [1] Rogers, J. L., 1994, Simulating Structural Analysis with Neural Network, *J. Comput. Civil. Eng.*, 8:2 252-265, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(1994\)8:2\(252\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(1994)8:2(252)).
- [2] Kosmatopoulos, E. B., Polycarpou, M. M., Christodoulou, M. A., Ioannou, P. A., 1995, High-order Neural Network Structures for Identification of Dynamical Systems, *IEEE Trans. Neural Netw.*, 6:2 422-431, <https://doi.org/10.1109/72.363477>.
- [3] Bala, R., Kumar, D., 2017, Classification using ANN: A Review, *Int. J. Comput. Intell. Res.*, 13:7 1811-1820.
- [4] Ahmed, S. E., San, O., Rasheed, A., Iliescu, T., 2020, A Long Short-term Memory Embedding for Hybrid Uplifted Reduced Order Models, *Physica D*, 409 132471, <https://doi.org/10.1016/j.physd.2020.132471>.
- [5] Guyan, R. J., 1965, Reduction of Stiffness and Mass Matrices, *AIAA J.*, 3:2 380-380, <https://doi.org/10.2514/3.2874>.
- [6] O'Callahan, J., 1989, A Procedure for an Improved Reduced System (IRS) Model, *Proc. 7th IMAC*, 17-21.
- [7] Friswell, M. I., Garvey, S. D., Penny, J. E. T., 1995, Model Reduction using Dynamic and Iterated IRS Techniques, *J. Sound Vibr.*, 186:2 311-323, <https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0451>.
- [8] Kim, J.-G., Lee, P.-S., 2015, An Enhanced Craig-bampton Method, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 103:2 79-93, <https://doi.org/10.1002/nme.4880>.
- [9] Friswell, M. I., Garvey, S. D., Penny, J. E. T., 1998, The Convergence of the Iterated IRS Method, *J. Sound Vibr.*, 211:1 123-132, <https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1368>.
- [10] Chopra, A. K., 2011, *Dynamics of Structures*, Prentice Hall_Pearson, NJ.
- [11] Sergey, I., Szegedy, C., 2015, Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift, *Proceedings of Machine Learning Research*, 37 448-456.
- [12] Ahn, J.-G., Yang, H.-I., Kim, J.-G., 2020, Multipoint Constraints with Lagrange Multiplier for System Dynamics and its Reduced-order Modeling, *AIAA J.*, 58:1 385-401, <https://doi.org/10.2514/1.J058118>.
- [13] Kim, S.-E., Lee, J.-C., Ahn, J.-G., Yang, H.-I., 2021, Applications of High-fidelity Reduced-order Modeling for an Efficient Numerical Analysis of the Gearbox-housing Analysis Model with Rigid Multipoint Constraints Applied, *J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng.*, 30:4 278-285, <https://doi.org/10.7735/ksmte.2021.30.4.278>.

	<p>Shuo Li M.S. degree in the Department of Mechanical Engineering, Hanyang University. Her research interest is numerical simulation and artificial intelligence. E-mail: ls970218@gmail.com</p>
	<p>Jae-Chul Lee Senior Researcher in the Material & Component Convergence R&D Department, Korea Institute of Industrial Technology (KITECH). His research interest is carbon material, composites, and numerical simulation. E-mail: jc2@kitech.re.kr</p>
	<p>Sung-Eun Kim M.S.-Ph.D. integrate course in the Department of Mechanical Engineering, Hanyang University. His research interest is numerical simulation. E-mail: kaste@hanyang.ac.kr</p>

	<p>Jun-Geol Ahn M.S.-Ph.D. integrate course in the Department of Mechanical Engineering, Hanyang University. His research interest is numerical simulation. E-mail: anjonkoul@hanyang.ac.kr</p>
	<p>Hyun-Ik Yang He is a full professor in the Dept. of Mechanical Engineering at Hanyang University ERICA Campus, Korea. His research fields are Mechanical Design and Optimization, Offshore Structure Design, Welding Process Optimization and Hydrothermal Polymerization. E-mail: skynet@hanyang.ac.kr</p>