https://doi.org/10.7735/ksmte.2023.32.3.151

J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng. ISSN 2508-5107(Online)

Check for updates

# 이뿌리 부 치형수정을 고려한 RRP 시스템의 강도설계

권순만<sup>a\*</sup>, 이용호<sup>b</sup>

# Strength Design of the RRP System Considering Dedendum Modification

Soon-man Kwon<sup>a\*</sup>, Yong-ho Lee<sup>b</sup>

<sup>a</sup> School of Mechanical Engineering, Changwon National University <sup>b</sup> Department of Mechanical Design & Manufacturing Engineering, Graduate School, Changwon National University

#### **ARTICLE INFO**

Article history:						
Received	30	March	2023			
Revised	26	April	2023			
Accepted	27	April	2023			
<i>Keywords:</i> RRP(roller-rack and pinion) system Gear precision						
Dedendum modification						
Load sharing factor						
Over pin indentation						

#### ABSTRACT

In this study, the strength design was performed considering dedendum modification to avoid a premature tooth contact and an unfavorable transmission error for the roller-rack and pinion (RRP) system. The load distribution of the single tooth contact (STC) and double tooth contact (DTC) regions was presented by introducing the gear precision and load sharing factor. Notably, the dedendum modification produced lower contact and root bending stresses in the load transition from DTC to STC or from STC to DTC. Finally, the finite element analysis with the application of over pin indentation load on the highest point of STC was performed to verify the theoretical results, and the result showed a good agreement with the theoretical results within a 3% deviation.

## 1. 서 론

기존 랙-피니언(rack-pinion) 시스템의 랙 기어를 핀(pin) 또는 롤러(roller)로 대체한 RRP(roller-rack and pinion) 시스템<sup>[1]</sup> (Fig. 1참조)은 정수 피치 및 대형 시스템 구현과 실외의 가혹한 환경에 적합한 장점이 있다. 하지만 지금까지 실제 적용된 RRP 시 스템용 피니언은 기존 인벌류트(involute) 또는 스프로킷(sprocket) 등의 비엄밀 합성치형이 적용되었고, 이로 인해 치 간섭과 내구성 문제가 상존하였다. 또 엄밀(exact) 치형 일지라도 종래의 인벌류 트 기어와 마찬가지로 전달오차(transmission error)로 인한 소음/ 진동 문제와 랙 치형의 원형 특성으로 인한 초기 물림구간에서 과 도한 압력각(pressure angle) 발현이 불가피하다.

일반적인 기어의 경우 기어 물림 시 발생하는 하중의 급격한 변 화는 치형수정(profile modification)을 통해 완화할 수 있으며 이 가 전달오차 감소에 직접적 연관<sup>[2,3]</sup>이 있음은 잘 알려진 사실이다. 본 논문에서도 상기 기술한 전달오차 감소와 압력각 문제를 동 시에 해소하기 위해 피니언의 이뿌리 부 치형수정(dedendum modification)을 고려하였다. 본 논문의 대상과 같은 핀 기어 구동 유닛(pin gear drive unit)에 대한 이뿌리 부 치형수정 방법은 Kwon and Shin<sup>[4]</sup>이 제시한 바 있다. 또 최근 Kwon 등<sup>[5]</sup>은 치형 수정이 고려되지 않았을 때 기어 정밀도(gear precision)를 고려한 하중분담계수(load sharing factor, 이하 LSF)를 도입하여 강도설 계를 수행한 바 있다.

이에 본 논문에서는 이뿌리 부 치형수정을 고려한 LSF를 제시 하고 치형수정 전후의 강도설계 결과를 비교하고자 한다. 또 이의 타당성 검토를 위해 하중전담구간(single tooth contact, 이하 STC) 최고위치인 HPSTC(highest point of STC)에 접하는 오버 핀(over pin)에 압입하중(indentation load)을 인가하여 유한요소

<sup>\*</sup> Corresponding author. Tel.: +82-55-213-3629

E-mail address: smkwon@changwon.ac.kr (Soon-man Kwon).



Fig. 1 RRP(roller-rack and pinion) system



Fig. 2 Comparison of exact and composite profiles

해석을 수행한 후 이론적 해와 비교 검토하였다. 이를 통해 소음/진 동 및 초기 물림 특성이 개선된 RRP 시스템의 설계에 일조하고자 한다.

### 2. 접촉력

Fig. 2는 4대강 수문 개폐용으로 사용되었던 피니언으로서, 인 벌류트 곡선 및 원호를 합성한 치형(composite profile)과 전위 (profile shift)를 고려한 엄밀치형을 대비하여 나타낸 RRP 시스템 피니언 일례이며, 이의 설계제원(Table 1 참조)을 본 논문의 해석 대상으로 선정하였다. 먼저 엄밀치형이 합성치형보다 모든 위치에 서 이두께가 두꺼움을 확인할 수 있고, 강도설계 측면에서 보다 유리한 치형일 것으로 예상할 수 있다.

Fig. 3은 Table 1 설계제원의 피니언 회전에 따른 압력각 변화 를 도시한 그림이며, 회전각 φ가 초기 약 3.6° 이하에서의 압력각 이 통상적인 기어에서 허용되는 압력각 30°를 크게 상회함을 확인 할 수 있다. 이를 개선하기 위해 Kwon and Shin<sup>[4]</sup>은 피니언 이뿌 리 부 수정방법을 제시한 바 있고, 본 논문에서도 이와 동일한 방법 에 의해 치형수정을 고려하였다. 이를 통해서 기 언급한 바와 같이 기어 전동 시의 소음/진동 문제의 개선 또한 기대할 수 있다.

Table 1 Design specification	is for an RRP system	
Description	Values	
Rack pitch, p	192 (mm)	
No. of pinion teeth, $z$	9	
Roller(or pin) radius, $R_r$	45 (mm)	
Mounting distance, MD	285 (mm)	
Addendum extension factor, $\beta$	1.41	
Contact ratio, $\epsilon$	1.58	
Face width, b	128.6 (mm)	
Module, m	61.12 (mm)	
AGMA derating factor, $k_{\scriptscriptstyle \infty}$	1.0	
AGMA elastic coefficient, $C_p$	188.74 (MPa <sup>1/2</sup> )	
Permissible load, $F_P$	490 (kN)	



본 논문의 해석 대상과 같이 물림률(contact ratio,  $\epsilon$ )이 2 미만 인 기어 구동시 LPSTC(lowest point of STC), HPSTC를 경계 로 전달하중의 분담과 전담의 전환이 주기적으로 발생한다. 특히 하중분담구간(double tooth contact, 이하 DTC)에서의 하중분포 는 치형수정(tooth profile modification) 및 기어정밀도(gear accuracy grade,  $A_v$ )의 함수<sup>[6]</sup>로 알려져 있고, 높은 신뢰도를 갖는 고품질 기어 설계를 위해서는 DTC 구간에서의 정확한 하중분포 의 고려가 필수불가결하다. 이를 위해 본 논문에서는 다음의 세 가지 경우를 고려하였다.

첫째, 치형수정 및 기어정밀도를 모두 고려하지 않았을 경우 *i*-번 째 롤러에서의 접촉력 *F<sup>i</sup>*는 일정접촉강성(equal mesh stiffness, 이하 EMS) 가정하의 부정정 문제 접근<sup>[1]</sup>을 통해 다음과 같이 결정 할 수 있다.

$$F_{i} = \frac{T_{in}l_{i}}{\sum_{j=1}^{n} l_{j}^{2}}, \qquad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$
(1)



Fig. 4 Distribution of load sharing factors for cylindrical spur gears with unmodified profiles

여기서  $T_{in}$ 은 입력토크,  $l_i$ 는 모멘트 팔, n은 피니언과 롤러 간 의 접촉개소를 의미한다.

둘째, 기어정밀도는 고려하되 치형수정은 고려하지 않은 경우의 *i*-번째 롤러에서의 하중분포는 Fig. 4의 하중분담계수(LSF, X<sub>i</sub>) 로 설명할 수 있으며 A-B(DTC), B-D(STC), D-E(DTC)의 각 물림 구간에 따른 결과<sup>[6]</sup>는 다음과 같다.

$$X_{i} = \begin{cases} A_{Y} + \frac{1}{3} \left( \frac{\phi}{\phi_{B}} \right), & \phi_{A} \leq \phi < \phi_{B} \\ 1, & \phi_{B} \leq \phi \leq \phi_{D} \\ A_{Y} + \frac{1}{3} \left( \frac{\phi_{E} - \phi}{\phi_{E} - \phi_{D}} \right), & \phi_{D} < \phi \leq \phi_{E} \end{cases}$$
(2)

이때  $A_Y = (A_v - 2)/15$ 이며 ISO 7급 이하 기어의 경우 공히  $A_v$ =7을 적용한다.

셋째, 기어정밀도는 물론 피니언 이뿌리 부 치형수정(dedendum modification)도 고려하였을 경우의 LSF를 설명한 그림이 Fig. 5 이며, 물림 구간에 따라 다음과 같이 제시할 수 있다<sup>[6]</sup>.

$$X_{i} = \begin{cases} \frac{\phi}{\phi_{B}}, & \phi_{A} \leq \phi < \phi_{AB} \\ A_{Y} + \frac{1}{3} \left( \frac{\phi}{\phi_{B}} \right), & \phi_{AB} \leq \phi < \phi_{B} \\ 1, & \phi_{B} \leq \phi < \phi_{D} \\ \frac{\phi_{E} - \phi}{\phi_{E} - \phi_{D}}, & \phi_{D} \leq \phi < \phi_{DE} \\ A_{Y} + \frac{1}{3} \left( \frac{\phi_{E} - \phi}{\phi_{E} - \phi_{D}} \right), & \phi_{DE} \leq \phi < \phi_{E} \end{cases}$$

$$(3)$$

따라서 기어정밀도를 고려하였을 경우 임의의 회전각  $\theta_i$  (=  $([\beta]+1-i)\theta_p + \phi$ )에 위치한 *i*-번째 롤러와 피니언과의 접촉력  $(F_i)$ 은 다음과 같이 산출할 수 있다.

$$F_i = F_{\max} X_i, \quad (i=1,2,3,\dots,n)$$
 (4)



Fig. 5 Distribution of load sharing factors for drive spur gears with dedendum modification

이때  $[\beta]$ 는 이높이계수  $\beta$ 에 대한 바닥 함수(floor function)를,  $\theta_p$  (= $2\pi/z$ )는 피치각을 나타내며,  $F_{max}$ 는 랙 인가하중  $F_P$ 가 주 어질 때 압력각이 가변(Fig. 3 참조)임을 고려하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_{\max} = \frac{F_P}{\min\left(\cos\alpha_{LPSTC}, \cos\alpha_{HPSTC}\right)}$$
(5)

# 3. 접촉응력 및 굽힘응력

### 3.1 접촉응력

주어진 재료의 물성치, 치형의 곡률반경을 고려하여 면압강도 설계를 위한 *i*-번째 롤러와 피니언과의 접촉점에서 발생하는 접촉 응력(surface compressive stress 또는 Hertz contact stress)을 다 음과 같이 결정할 수 있다.

$$\sigma_c = C_p \sqrt{K_i^*} \tag{6}$$

이때  $C_p$ 는 재료물성을 대표하는 AGMA 탄성정수<sup>[7]</sup>이고,  $K_i^*$ 는 보정된 하중응력계수(load stress factor)로 다음과 같다.

$$K_i^* = k_\infty f_i \kappa_i^* \tag{7}$$

여기서  $k_{\infty}$ 는 AGMA 보정계수<sup>[7]</sup>,  $f_i(=F_i/b)$ 는 단위 이 폭 (face width, b)당 접촉력,  $\kappa_i^*$ 는 피니언과 i-번째 롤러와의 등가 곡률(equivalent curvature)을 나타낸다.

### 3.2 굽힘응력

RRP 시스템 또한 기어 이 한쌍의 물림이 진행될 때 Lewis 굽힘응 력 식에 기반하여 다음과 같이 이뿌리 굽힘응력(tooth root bending stress, 이하 TRBS  $\sigma_F$ )을 결정할 수 있다. 즉



Fig. 6 TRBS according to ISO 6336-3<sup>[8]</sup>

$$\sigma_F = k_{\infty} \sigma_{F0} = k_{\infty} \left( \frac{F_t}{m b Y_j} \right) \tag{8}$$

여기서  $\sigma_{F0}$ 는 보정 전 공칭(nominal) TRBS이며  $m (=p/\pi)$ 은 기어 모듈(module)을 나타낸다.

RRP 시스템 피니언의 접선력(transmitted tangential load) 또 는 굽힘하중  $F_t$ (Fig. 6 참조)는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_t = F\cos\gamma \tag{9}$$

여기서 F는 식 (1) 또는 식 (4)의 접촉력이며, 피니언 회전을 고려한 하중각(load angle) γ는 다음과 같다.

$$\gamma = \alpha + \left(\phi - \frac{\pi}{z}\right) \tag{10}$$

이때  $\alpha$ 는 해당 하중위치( $\phi$ )에서의 압력각을 의미한다.

식 (8)의 TRBS의 해석을 위해서는  $Y/Y_S$ 의 값을 갖는 형상계 수 $(Y_j)$ 의 결정이 선행되어야 한다. 이를 위해 ISO 6336-3<sup>[8]</sup>에서 제시하는 30° 접선법을 채택하였다. 즉 하중점(Fig. 6의 점 T)의 위치에 관계없이 치 중심선과 30°의 각도를 이루는 직선이 기어 치에 내접하는 점(Fig. 6의 점 C 또는 D)을 통과하는 단면이 위험 단면(critical section)이 되고, 직선  $\overline{TD}$ 와 직각을 이루는 직선  $\overline{BD}$ 에 의해 형성되는 굽힘응력 결정깊이 x를 이용하여 다음과 같 이 치형계수(tooth form factor, Y)를 결정하였다.

$$Y = \frac{2x}{3m} \tag{11}$$

다음으로 이뿌리 부 피로응력집중을 고려한 응력수정계수 (stress correction factor,  $Y_s$ )<sup>[8]</sup>는 다음과 같다.

$$Y_{S} = (1.2 + 0.13L) q_{S}^{\left[\frac{1}{1.21 + 2.3/L}\right]}$$
(12)



여기서 L = t/l,  $q_S = t/(2\rho_F)$ 이고  $\rho_F$ 는 위험단면에서의 곡률 반경을 의미한다. 또  $1 \le q_S < 8$ 의 범위일 때 식 (12)는 유효하다.

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 접촉력

2장에서 기술한 세 가지 방법에 의해 접촉력 F를 산출하고 이를 Fig. 7에서 비교하였다. EMS 조건의 경우는 DTC 구간에서의 접촉 력이 STC에서의 접촉력에 대비하여 1/2로 작용함을 확인할 수 있 다. 기어정밀도(A,=7)만 고려하고 이뿌리 부 치형수정을 하지 않은 경우는 기어정밀도 관리를 통해 피치오차 및 치면거칠기의 영향이 감소하므로 치면 접촉이 개선되어 DTC 구간에서의 접촉력 변화 기울기가 ±1/3임을 확인할 수 있다. 즉 DTC에서 LPSTC 또는 HPSTC에서 DTC로의 하중구간 전환 시 접촉력의 급격한 변화가 줄어들었음을 확인할 수 있다. 기어정밀도와 이뿌리 부 치형수정을 모두 고려한 경우는 접촉 초기 및 STC 구간 종료 후 치형수정 전 치형보다 완만한 하중의 변화를 관찰할 수 있다.

#### 4.2 접촉응력

접촉점에서의 등가곡률과 재료물성 등을 고려한 식 (6)을 이용 하여 등가접촉응력(equivalent contact stress)을 결정하였고 이를 Fig. 8에 나타내었다. 기어정밀도 및 치형수정 여부와 관계없이 접촉응력은 LPSTC 부근에서 최대가 됨을 알 수 있고, 이는 Fig. 9와 같이 LPSTC 근처에서의 등가곡률이 최대가 됨에 기인한다. 또 STC 구간에서의 물림이 진행될수록 등가곡률이 감소하기에 등 가접촉응력도 감소함을 알 수 있다. DTC에서 STC 또는 STC에서 DTC로의 하중전환 시 치형수정을 고려한 등가접촉응력은 전술한 접촉력 거동과 마찬가지로 급격한 응력변화가 감소하는 경향을 확 인할 수 있다.



#### 4.3 굽힘응력

기어 이의 굽힘에 관여하는 접선력(*F<sub>t</sub>*)은 식 (9)를 통해 결정할 수 있다. 접선력이 가해지는 하중점 T의 위치는 피니언이 회전함 에 따라 이끝으로 이동하게 되는데, 그중에서 위험단면 보다 낮은 위치에 있을 경우는 굽힘력으로 유효하지 않기에 피니언 회전각이 약 3.6° 이상의 유효 접선력만 고려하여 이를 Fig. 10에 나타내었 다. 이때 STC 구간에서의 접선력은 하중각 γ의 영향에 의해 회전 각이 증가할수록 감소하는 경향을 보이며, DTC에서의 접선력 거 동 또한 접촉력의 거동과 동일함을 알 수 있다.

인장 굽힘하중을 받는 점 C(Fig. 6 참조)에서의 등가굽힘응력  $(\sigma_{F}')$ 을 Fig. 11에 나타내었다. DTC 구간보다는 STC 구간에서 굽힘하중 $(F_t)$ 이 증가하고 또 Fig. 12와 같이 물림이 진행될수록 형상계수 $(Y_j)$ 가 감소함에 따라 식 (8)의 TRBS가 증가하기에, STC 구간의 최고 위치인 HPSTC에서 최대 등가굽힘응력이 발생 함을 확인할 수 있다.



#### 4.4 FE 해석 검증

본 절에서는 4.2절 및 4.3절의 이론적 결과들을 검증하기 위해 상용 소프트웨어인 ANSYS<sup>®</sup>를 사용하여 유한요소해석(finite



Fig. 13 Schematic diagram for over pin indentation



Fig. 14 FE analysis result by over pin indentation

element analysis)을 수행하였다.

이를 위해 Fig. 13과 같이 RRP 시스템 피니언의 최악하중점인 HPSTC에 접하는 오버 핀에 압입하중을 인가할 때의 해석모델을 고려하였다. 이때 인가한 압입하중 *P*와 오버 핀 접촉력 *F*와의 힘의 평형관계를 고려하여 기어 이의 굽힘하중  $F_t = C_t P$ 임의 관계 를 얻을 수 있고, 따라서 다음과 같이 TRBS를 결정할 수 있다<sup>[1]</sup>.

$$\sigma_{F0} = \left(\frac{C_t}{m \, b \, Y_j}\right) P \tag{13}$$

여기서  $C_t$ 는 오버 핀 접선력 결정상수(over pin tangential load constant)로 다음과 같다.

$$C_t = \frac{1}{2}\sin\left(\psi + \frac{\pi}{z}\right) / \cos\psi \tag{14}$$

본 연구 Table 1 설계제원을 고려하면 HPSTC에서의 형상계수 ( $Y_j$ )는 0.4250, 오버 핀 반지름( $r_p$ )은 94.36 (mm), 하중각( $\gamma$ )은 22.976°, 오버핀 접촉각( $\psi$ )은 47.024°이기에  $C_i$  = 0.6753임을 알 수 있다. 따라서 Fig. 10에서 확인할 수 있듯이 HPSTC에서의

Probe point	von-Mises s	deviation			
	FEA	Theory	(%)		
Point H (left)	819.20	820.95	0.21		
Point H (right)	820.55	820.95	0.05		
Point C (left)	137.25	133.19	3.04		
Point C (right)	137.44	133.19	3.19		
Point D (left)	160.99	156.99	2.55		
Point D (right)	161.37	156.99	2.79		

Table 2 Comparison of von-Mises stress results

굽힘하중(F<sub>i</sub>)이 450.92 (kN)임을 고려하면 이에 대응되는 오버 핀 압입하중 P=669.129 (kN)임을 알 수 있고, 이를 FE 해석의 인가하중으로 정하였다. 또 메시 크기에 큰 영향을 받는 등가접촉 응력을 이론값과 거의 일치하도록 오버 핀이 접하는 부분과 이뿌 리 부는 "edge mesh" 기능에 의해 5.0 (mm)의 메시를 적용하여 2D 해석을 수행하였고, 이때 사용한 요소(element)는 2,585개, 절점 (node)은 8,177개이다. 또한 피니언과 오버 핀의 접촉은 "frictionless" 접촉 조건을 고려하였다. 그리고 접촉점(Fig. 13의 점 H)과 위험단 면 좌표(Fig. 6의 점 C 또는 D)에서의 응력 값을 얻기 위해 "stress probe" 기능을 사용하였다.

이를 통해 Table 2에서 확인할 수 있듯이 FE 해석 결과와 이론 적 결과는 약 3% 이내에서 일치함을 확인할 수 있었다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 하중전환구간에서의 접촉력의 급격한 변화로 인 한 기어 강도 및 소음/진동의 개선을 위해, 기존 랙-피니언으로는 구현하기 힘든 정수/대피치 설계가 가능한 RRP 시스템의 피니언 에 대한 이뿌리 부 치형수정을 고려하였다. 이를 통한 강도설계 수행의 결과를 요약하면 다음과 같다.

기어정밀도(A<sub>v</sub>)와 이뿌리 부 치형수정을 고려한 하중분담계수 (X)를 도입하여 하중분담구간(DTC)의 하중분포를 제시하였고, 치형수정을 적용함에 따라 접촉력을 비롯한 접촉응력 및 굽힘응력 이 치형수정을 적용하지 않은 경우에 대비하여 DTC에서 STC로 의 또는 STC에서 DTC로의 하중전환 시 급격한 변화가 완화되는 것을 확인하였다.

또 제시한 이론적 결과들을 검증하고자 HPSTC에 접하는 오버 핀에 압입하중을 인가하여 유한요소해석을 수행하였고 약 3% 이 내에서 일치함을 확인하였다.

마지막으로 본 논문에서는 RRP 시스템 피니언 이뿌리 부 치 형수정만을 고려하였으나, 향후 치형수정 방법 더 나아가 이끝 치형수정(addendum modification)에 대한 추가 연구를 수행할 예정이다.

# 후 기

이 논문은 2023-2024년도 창원대학교 자율연구과제 연구비 지 원으로 수행된 연구결과임.

### References

- Kim, J. Y., 2022, A Study on Strength Design of RRP System, A Thesis for a Master, Changwon National University, Republic of Korea.
- [2] Kissling, U., 2010, Effects of Profile Corrections on Peak to Peak Transmission Error, Gear Technology, 27:5 52-61.
- [3] Palmer, D., Fish, M., 2012, Evaluation of Methods for Calculating Effects of Tip Relief on Transmission Error, Noise and Stress in Loaded Spur Gears, Gear Technology, 29:1 56-67.
- [4] Kwon, S. -M., Shin, H. C., 2016, Contact Fatigue Strength Design of Slewing Bearing Based on i-PGS, J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng., 25:1 21-29, https://doi.org/10.7735/ksmte. 2016.25.1.21.
- [5] Kwon, S. -M., Kim, J. -Y., Lee, Y. -H., 2022, Strength Design of Pinions for Pin Jack-type Sluice Gates, J. Korean Soc. Manuf. Technol. Eng., 31:4 247-254, https://doi.org/10.7735/ksmte. 2022.31.4.247.
- [6] Vullo, V., 2020, Gears Volume 2: Analysis of Load Carrying Capacity and Strength Design, Springer Nature Switzerland AG, Switzerland.
- [7] AGMA, 2004, Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth, ANSI/ AGMA 2001-D04, American Gear Manufacturers Association, Virginia.
- [8] ISO, 2006, Calculation of Load Capacity Spur and Helical Gears – Calculation of Tooth Bending Strength, ISO 6336 – 3:2006, International Organization for Standardization, Geneva.



#### Soon-man Kwon

Full Professor in the School of Mechanical Engineering, Changwon National University. His research interests are Pin Gearing and Speed Reducer. E-mail: smkwon@changwon.ac.kr



### Yong-ho Lee

Ph.D. Candidate in the Department of Mechanical Design and Manufacturing Engineering, Changwon National University. His research interests are Pin Gear Drive Unit. E-mail: yonghowave@changwon.ac.kr